

QUAL É O TAMANHO DO UNIVERSO? UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE ENSINO INVESTIGATIVO SOBRE OS MÉTODOS DE ERATÓSTENES E ARISTARCO PARA MEDIR OS TAMANHOS DA TERRA E DA LUA

*Carlos Augusto Ferreira*¹
*Sérgio Mascarello Bisch*²

Resumo: O trabalho apresenta uma proposta de sequência de ensino investigativo para a Educação Básica sobre a determinação dos tamanhos da Terra e da Lua, seguindo os passos de Eratóstenes e Aristarco de Samos, numa abordagem que busca explorar os aspectos históricos e interdisciplinares envolvidos no desenvolvimento do tema. São indicados questões e problemas abertos a serem apresentados aos estudantes e sugeridas sequências de atividades a serem realizadas com o intuito de levantamento de hipóteses e resolução, destacando a importância da observação atenta de fenômenos naturais comuns, como as sombras dos objetos e os eclipses lunares, associada à aplicação de princípios geométricos e físicos simples e uma atitude investigativa que leva à obtenção de resultados notáveis, como as dimensões da Terra e da Lua. A proposta representa um primeiro passo no desenvolvimento de um projeto de ensino mais amplo sobre o tema das dimensões do Universo, que objetiva promover uma conscientização dos estudantes com relação ao Universo e à nossa posição dentro dele.

Palavras-chave: Educação em Astronomia; Ensino por investigação; Terra; Lua; Eratóstenes; Aristarco.

¿CUAL ES EL TAMAÑO DEL UNIVERSO? UNA PROPUESTA DE SECUENCIA DE ENSEÑANZA INVESTIGATIVA SOBRE LOS MÉTODOS DE ERATÓSTENES Y ARISTARCO PARA MEDIR LOS TAMAÑOS DE LA TIERRA Y LA LUNA

Resumen: Este trabajo presenta una propuesta de secuencia de enseñanza investigativa para la Educación Básica sobre la determinación de los tamaños de la Tierra y de la Luna, siguiendo los pasos de Eratóstenes y Aristarco de Samos, en un enfoque que busca explorar los aspectos históricos e interdisciplinarios involucrados en el desarrollo del tema. Las cuestiones y los problemas abiertos que se presentarán a los estudiantes se indican y se sugieren secuencias de actividades que se llevarán a cabo para plantear hipótesis y elucidarlas, destacando la importancia de la observación atenta de fenómenos naturales comunes, como las sombras de los objetos y los eclipses lunares, asociada a la aplicación de principios geométricos y físicos simples y una actitud investigativa que lleva a la obtención de resultados notables, como las dimensiones de la Tierra y de la Luna. La propuesta representa un primer paso en el desarrollo de un proyecto de enseñanza más amplio sobre el tema de las dimensiones del Universo, que objetiva promover una concientización de los estudiantes con respecto al Universo y a nuestra posición dentro de él.

Palabras clave: Educación en Astronomía; Enseñanza por investigación; Tierra; Luna; Eratóstenes; Aristarco.

¹ Secretaria de Estado da Educação, Espírito Santo, Brasil. E-mail: prof.siry@gmail.com.

² Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, Brasil. E-mail: sergiobisch@gmail.com.

WHICH IS THE SIZE OF THE UNIVERSE? A PROPOSAL OF INQUIRY TEACHING SEQUENCE ON THE METHODS OF ERATOSTHENES AND ARISTARCHUS TO MEASURE THE EARTH AND MOON SIZES

Abstract: The paper presents a proposal of inquiry teaching sequence for Basic Education on the determination of the sizes of the Earth and the Moon, following in the footsteps of Eratosthenes and Aristarchus of Samos, in an approach that seeks to explore the historical and interdisciplinary aspects involved in the development of the theme. Open questions and problems to be presented to students are indicated and suggested sequences of activities to be carried out in order to raise hypotheses and solve them, highlighting the importance of observing common natural phenomena, such as object shadows and lunar eclipses, associated to the application of simple geometric and physical principles and an investigative attitude leading to remarkable results, such as the dimensions of the Earth and the Moon. The proposal represents a first step in the development of a wider teaching project on the theme of the dimensions of the universe, which aims promote an awareness of students about the Universe and our position within it.

Keywords: Astronomy Education; Inquiry teaching; Earth; Moon; Eratosthenes; Aristarchus.

1 Introdução

A abordagem de temas e conteúdos de Astronomia na Educação Básica, associada à área das Ciências da Natureza, vem sendo fortemente recomendada pelas diretrizes curriculares nacionais, como os PCN (BRASIL, 1998), desde o final da década de 1990, e na atual BNCC (BRASIL, 2017). Segundo essas diretrizes, o tema “Terra e Universo” deve ser um dos quatro eixos temáticos (PCN) ou uma das três unidades temáticas (BNCC) a partir dos quais se deve desenvolver o ensino das Ciências no Ensino Fundamental, e também no Ensino Médio.

Dentre os objetivos do ensino de Astronomia na Educação Básica, sem dúvida, um dos mais importantes é o de conscientizar os estudantes quanto à imensidão do Universo e sobre nossa posição dentro dele, situando-os no tempo e no espaço em grande escala. Segundo um dos grandes projetos internacionais na área da Educação em Astronomia (UNIVERSE AWARENESS, 2018), essa conscientização acerca do Universo propicia uma perspectiva especial que pode ajudar a ampliar a visão de mundo e estimular um importante senso de cidadania e tolerância globais nas crianças e jovens.

Nesse sentido, de uma tomada de consciência com relação ao Universo em que vivemos e suas dimensões, um tema muito relevante e desafiador a ser trabalhado na Educação Básica pode ser sintetizado na busca de resposta à questão geral, que serve de título ao presente artigo:

- *Qual é o tamanho do Universo?*

A investigação dessa questão tem o mérito de poder tirar grande proveito da interdisciplinaridade típica da Astronomia, abordando os aspectos históricos envolvidos na longa jornada em busca de seu esclarecimento, que remonta aos estudiosos da Antiguidade que realizaram algumas das primeiras estimativas das dimensões e distâncias dos astros mais próximos e relevantes para nós – a Terra, o Sol e a Lua –, e segue até as estimativas mais atuais de distâncias até os objetos mais longínquos do Universo observável, como os quasares, por meio de seu *redshift*.

No presente artigo, como um primeiro passo, apresentamos como a investigação e discussão dessa questão geral, acerca do tamanho do Universo, pode ser feita em sala de aula por meio de uma abordagem interdisciplinar, histórica e investigativa. Buscamos mostrar como os antigos “filósofos da natureza”, Eratóstenes e Aristarco de Samos, utilizando apenas uma observação atenta da natureza e aplicando princípios matemáticos e físicos básicos, foram capazes de obter resultados extraordinários, conseguindo determinar o tamanho da Terra e a proporção de tamanhos entre a Terra e a Lua apenas observando sombras, no primeiro caso, e eclipses lunares, no segundo.

Devido ao fato de os instrumentos de medida e meios disponíveis na Antiguidade serem bastante rudimentares e imprecisos, alguns dos valores por eles obtidos se acham distantes dos atualmente aceitos. Contudo, os raciocínios matemáticos e físicos utilizados por estes cientistas da Antiguidade são perfeitos e ilustram bem como a inteligência humana, associada à observação atenta de fenômenos naturais, pode ser empregada para obter resultados notáveis em termos de conhecimento acerca da natureza que nos cerca, e que isso já era feito há milênios. Isso mostra que podemos estabelecer pontes entre conhecimentos que podemos construir hoje em dia, em sala de aula, e o que já era construído por nossos ancestrais na Antiguidade, mostrando uma semelhança e continuidade na curiosidade e busca de respostas acerca do Universo que compartilhamos com nossos ancestrais, que pode propiciar uma sensação de pertencimento e comunhão com a humanidade, importante na formação dos jovens.

Essa abordagem temática e investigativa, acerca das dimensões do Universo, se bem conduzida, pode servir de estímulo e motivação adicional para os estudantes no estudo e aprendizagem dos conceitos matemáticos e físicos envolvidos e no desenvolvimento de atitudes e procedimentos tipicamente científicos, como a argumentação, pesquisa, proposição e teste de hipóteses.

Nesse sentido, julgamos que a busca de resposta à questão geral, sobre o tamanho do Universo, e seu desdobramento em questões a ela associadas – como a das dimensões da Terra e da Lua, abordadas no presente artigo –, pode ser proposta a estudantes da Educação Básica de maneira adequada e com bons resultados em termos de aprendizagem mediante uma metodologia de ensino por investigação (AZEVEDO, 2004; CARVALHO, 2013, 2018), a qual tem sempre como ponto de partida à apresentação de um problema a ser investigado e resolvido.

Na seção a seguir, descrevemos, em linhas gerais, as características dessa metodologia de ensino e, nas seguintes, como ela poderá ser aplicada ao estudo das dimensões da Terra e da Lua e dos métodos históricos usados por Eratóstenes e Aristarco para determiná-las. Acreditamos que a proposta que apresentamos pode ser aplicada a turmas do Ensino Médio ou dos anos finais do Ensino Fundamental, 8º ou 9º anos, onde, na área de Ciências, segundo a BNCC (BRASIL, 2017), devem ser trabalhados os temas: Sistema Sol, Terra e Lua; composição, estrutura e localização do Sistema Solar no Universo e Astronomia e Cultura.

2 Ensino por Investigação

A realização de atividades investigativas no âmbito da educação científica tem sido proposta e defendida desde o século XIX, mas tem recebido destaque nas pesquisas em ensino de ciências apenas mais recentemente, sendo que muitos trabalhos enfatizam a diversidade de significados e perspectivas relacionadas a essa abordagem (STRIEDER; WATANABE, 2018, p. 820). Segundo Zômpero e Laburú (2011, p. 68): “Existem muitos pesquisadores que trabalham nessa área e apresentam diferentes abordagens para o ensino investigativo”. Neste trabalho, nos referiremos a essa metodologia na perspectiva que é sintetizada por Carvalho (2018), segundo a qual:

[...] a diretriz principal de uma atividade investigativa é o cuidado do(a) professor(a) com o *grau de liberdade intelectual dado ao aluno* e com a *elaboração do problema* [...], pois é o problema proposto que irá desencadear o raciocínio dos alunos e sem liberdade intelectual eles não terão coragem de expor seus pensamentos, seus raciocínios e suas argumentações (CARVALHO, 2018, p. 767).

Nesse sentido, inspirados nesta metodologia, buscaremos indicar, neste artigo, como pode se dar a elaboração do problema a ser proposto pelo professor acerca da determinação das dimensões da Terra e da Lua, tendo como referência os métodos utilizados por Eratóstenes e Aristarco.

Segundo a metodologia do ensino por investigação, o professor, em vez de um expositor, deverá desempenhar um papel de elaborador, mediador e debatedor de questões que orientarão seus alunos na construção de conhecimentos.

A liberdade intelectual dada aos alunos, por sua vez, significa que devem ser criadas condições, em sala de aula, para que os alunos possam participar de maneira ativa, argumentando e apresentando suas ideias, sem medo de errar (CARVALHO, 2018). Após a apresentação do problema a ser investigado, deve-se abrir espaço para uma discussão e formulação de hipóteses pelos próprios estudantes, a partir de suas concepções iniciais.

Carvalho (2013) indica quatro etapas a serem seguidas pelo professor e alunos no desenvolvimento de uma atividade de ensino por investigação: uma etapa inicial de proposição do problema pelo professor (com a eventual distribuição de material, no caso de um problema experimental, ou de textos de subsídio, no caso de uma questão teórica); uma etapa de resolução do problema pelos alunos, em pequenos grupos, durante a qual o papel do professor deverá ser o de apenas verificar se os alunos entenderam o problema proposto, deixando-os livres para trabalhar, expor e debater suas ideias com os demais integrantes do grupo; uma etapa de sistematização dos conhecimentos elaborados pelos grupos, na qual o professor terá um papel central de questionador, mediador e coordenador de um debate sobre as resoluções do problema propostas pelos grupos, envolvendo todos os alunos, objetivando a exploração e uso de argumentação científica e uma sistematização coletiva do conhecimento; por fim, uma etapa de escrever e desenhar, a ser desenvolvida individualmente pelos alunos, objetivando uma sistematização do conhecimento por meio da redação de respostas individuais ao problema proposto, que complemente a aprendizagem social das etapas anteriores, em que o aluno dialogou com seus pares e com o professor.

A etapa de busca de resolução do problema pelos alunos em pequenos grupos, para debate e troca de ideias entre eles, é indicada por Carvalho com base em Vygotsky (1989) e seu conceito de *zona de desenvolvimento proximal*. Segundo a autora, o trabalho em grupo é recomendável e sua importância pode ser compreendida, pois:

Com o conceito de zona de desenvolvimento proximal podemos entender o porquê os alunos se sentem bem nesta atividade: estando todos dentro da mesma zona de desenvolvimento real é muito mais fácil o entendimento entre eles, às vezes mais fácil mesmo do que entender o professor. Além disso, como mostra o conceito, os alunos têm condições de se desenvolver potencialmente em termos de conhecimento e habilidades com a orientação de seus colegas (CARVALHO, 2013, p. 5).

Caberá ao professor, na terceira etapa, desempenhar o papel de mediador e debatedor de eventuais soluções inicialmente levantadas pelos estudantes, provocar e encaminhar a discussão, sem dar respostas prontas, buscando estimular o uso de argumentação científica e conduzir a discussão a uma síntese que revele a visão científica a respeito do problema abordado, eventualmente complementando o estudo com novas fontes, ferramentas ou mesmo novos problemas, cuja investigação auxilie a aprofundar a compreensão e aprendizagem acerca do conteúdo abordado.

Carvalho (2013) efetivamente indica que, após as etapas de apresentação e discussão coletiva do problema, pôde ser realizada a leitura de um texto de sistematização do conhecimento, que serviria para revisar o processo da resolução do problema e os principais conceitos e ideias surgidos, ou a realização de atividades que levam à contextualização social do conhecimento e/ou ao aprofundamento do conteúdo, que podem ser pensadas como atividades complementares à abordagem do problema de acordo com etapas anteriormente citadas.

Nas duas seções a seguir, uma sobre a determinação do tamanho da Terra, a outra, do tamanho da Lua, são indicadas sugestões de como o professor pode propor o problema da determinação de suas dimensões e conduzir sua discussão com base na metodologia de ensino por investigação.

O título de cada uma delas se inicia com uma primeira pergunta, bastante objetiva acerca do tamanho do astro (Terra ou Lua), seguida de uma segunda pergunta, onde é dada uma pista acerca do caminho utilizado por Eratóstenes, no caso da Terra, e por Aristarco, no caso da Lua, para conseguir responder à pergunta inicial, acerca do tamanho do astro.

Nisso fica implícita uma sugestão de encaminhamento da problematização, ou seja, de elaboração do problema: inicialmente pode se formular apenas a primeira pergunta aos estudantes, verificando como eles tentam respondê-la, partindo de seus conhecimentos prévios, promovendo uma discussão inicial da questão entre eles, para depois, com a segunda pergunta, dar uma pista de como o problema foi resolvido por um dos filósofos naturais da Antiguidade, possibilitando um aprofundamento do debate.

Muito provavelmente, ao fazer apenas a primeira pergunta do título da seção, acerca do tamanho do astro, possivelmente as hipóteses e soluções levantadas pelos estudantes envolverão instrumentos e/ou técnicas modernas, como, p. ex., observações e medidas feitas com satélites, telescópios, ou outros instrumentos atuais. Caberá, então, ao professor, antes de formular a segunda pergunta, propor um desafio, solicitando aos estudantes que se coloquem no lugar de pessoas que viviam na Antiguidade, que não

tenham quaisquer dos instrumentos modernos, e imaginar por meio de que método seria, então, possível responder à questão proposta.

Após um tempo para reflexão e discussão dos estudantes entre si, em pequenos grupos, deve-se apresentar a segunda pergunta, na qual já vem embutida uma dica acerca do caminho seguido por um dos antigos filósofos para resolver o problema. Após a discussão em pequenos grupos, caberá ao professor, então, debater como toda a turma eventuais soluções inicialmente levantadas pelos grupos de estudantes, provocar e encaminhar a discussão, sem dar respostas prontas. Após esse momento, podem-se apresentar materiais ou propor atividades que irão complementar e subsidiar o debate, promovendo um aprofundamento e revisão no conteúdo abordado e a elaboração de uma síntese da solução do problema.

Alguns desses materiais e atividades já foram utilizados em um projeto piloto, associado ao desenvolvimento de um projeto de mestrado profissional realizada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UFES (FERREIRA, 2018). A proposta aqui apresentada já busca incorporar alguns aperfeiçoamentos baseados nessa aplicação piloto.

Em futuros trabalhos, pretendemos abordar métodos utilizados para a determinação não dos tamanhos, mas das distâncias aos objetos, seguindo uma ordem do mais próximo ao mais distante, iniciando pela nossa vizinhança cósmica mais imediata e notável: a Terra, a Lua e o Sol, seguindo os passos de Aristarco de Samos, até os objetos astronômicos mais distantes, como as estrelas e galáxias. Ordem que também seguirá uma sequência histórica com que as primeiras estimativas dessas distâncias foram obtidas.

3 Qual é o tamanho da Terra? Seria possível medir esse tamanho observando sombras?

A abordagem do tema pode começar com a apresentação da primeira pergunta que dá título a esta seção: “Qual é o tamanho da Terra?”. Contudo, dado o contexto atual onde, por meio da *internet* e suas redes sociais, surpreendentemente e notoriamente, se faz presente e vem se propagando a concepção *fake* de que a Terra é plana, sugerimos fortemente iniciar a elaboração do problema por uma questão ligada a conhecimentos prévios que, se espera, os alunos já dominem e que são necessários para se poder abordar a questão do tamanho da Terra. A pergunta é:

- *Qual é a forma da Terra?*

Em resposta a esta pergunta, muito provavelmente vários estudantes, embora acreditando que a Terra seja esférica, irão se referir ao fato de já terem ouvido falar, ou visto na *internet* que existem muitos “terraplanistas”, ou seja, defensores da ideia de uma Terra plana.

Se isso acontecer, será uma ótima oportunidade de ampliar a problematização do tema e sua investigação, pedindo a eles que, além de se referirem a fotos de nosso planeta obtidas do espaço, apresentem bons argumentos, baseados em observações que podem ser feitas a partir da superfície da Terra, que indiquem que, contrariamente ao que nossos sentidos parecem revelar, numa concepção mais realista ingênua (BISCH, 1998, p. 13-14), a Terra não é plana, mas esférica. Será uma excelente oportunidade de

o professor, durante essa discussão, já se referir aos antigos filósofos da natureza e apresentar os três argumentos que eram utilizados por Aristóteles (MARTINS, 1994, p. 74-75) a favor da concepção de uma Terra esférica:

1. O fato de a parte inferior dos navios desaparecer primeiro no horizonte que as partes mais altas, à medida que eles se afastam em direção ao horizonte, no mar, qualquer que seja esta direção;

2. Quando um observador viaja para o sul, indo p. ex., da Grécia para a África, começam a se observar novas estrelas ao sul, não visíveis da Grécia, devido à mudança do plano do horizonte, que é sempre tangente à superfície esférica da Terra;

3. Durante os eclipses lunares, a sombra projetada pela Terra sobre a Lua, em todos os eclipses lunares, sempre é circular, portanto, como a única forma geométrica que sempre produz uma sombra circular é a esfera, conclui-se que esta é a forma da Terra.

Após essa primeira problematização e discussão sobre a forma da Terra, pode-se, então, apresentar a questão:

- *Qual é o tamanho da Terra?*

Talvez alguns alunos apresentem alguma resposta quantitativa e, nesse momento, o professor poderá conduzir a discussão para esclarecer sobre as unidades de medida a serem utilizadas e as dimensões em termos das quais se pode exprimir e caracterizar o tamanho de um objeto: dimensões lineares, como o raio, diâmetro ou circunferência da esfera; dimensões superficiais, como a superfície de uma esfera; ou volumétricas, como o volume de uma esfera, esclarecendo que, no caso de uma esfera – a forma geométrica mais simétrica que existe –, todas essas dimensões se acham relacionadas e podem ser expressas em termos, unicamente, do raio R da esfera. Em especial, será interessante lembrar que o comprimento C de uma circunferência é dado pela expressão: $C = 2\pi R$, que deverá ser utilizada na discussão que se seguirá, ligada ao método de Eratóstenes de determinação do tamanho da Terra.

Após, deve se apresentar o que é a questão central a ser investigada nesta parte:

- *Como seria possível medir o tamanho da Terra?*

Esclarecendo que é para tentar descobrir como isso poderia ser feito sem sair da superfície da Terra, e que, na Antiguidade, isso já foi feito, sendo considerado, por muitos historiadores da ciência, como um dos dez mais importantes experimentos científicos da história (PEREIRA, 2006).

Nesse momento, se sugere que a turma seja dividida em grupos para trocar ideias e tentar responder à questão proposta. Formados os grupos, pode se esperar alguns minutos para que eles troquem algumas ideias iniciais e propor a eles, como desafio, tentar responder à segunda pergunta que está no título desta seção:

- *Seria possível medir o tamanho da Terra observando sombras?*

Uma atividade interessante a ser realizada, neste momento, seria a que é feita com um modelo que utiliza uma bola de isopor para representar a Terra e uma lâmpada para representar o Sol. Um palito de churrasco furando a bola de isopor pode ser usado para representar o eixo de rotação da Terra. Esse modelo é extremamente útil para simular vários fenômenos astronômicos básicos, como os dias e noites, estações do ano,

fases da Lua e eclipses, conforme indicado, por exemplo, por Canalle (1999). No presente caso, o interessante seria espetar vários palitos radialmente ao longo de um mesmo meridiano terrestre, iluminar o modelo com a lâmpada e verificar como o tamanho da sombra dos palitos irá variar ao longo do meridiano, simulando, assim, o que acontece com as sombras de hastes verticais em diferentes latitudes na superfície da Terra. Se poderia, então, questionar:

- *De que depende essa variação da sombra ao longo de um mesmo meridiano?*
- *Ela tem alguma relação com a curvatura da superfície da esfera?*
- *Se a superfície fosse plana e a fonte de luz distante, haveria essa mesma variação?*

As duas últimas perguntas ajudam a responder a primeira. Seria interessante que fosse dado um tempo para verificar se os alunos, por meio de colaboração e diálogo, conseguem chegar, eles próprios, a essas ideias, para posterior discussão mediada pelo professor.

Outra atividade interessantíssima, mas que demandaria maior preparação, seria trabalhar ao ar livre com um globo terrestre com eixo orientado paralelamente ao eixo de rotação da Terra, com diversas pequenas hastes espetadas radialmente, conforme feito por Gangui (2014), como indicado na Figura 1.



Figura 1 - Globo terrestre com eixo orientado paralelamente ao eixo terrestre, num local situado no hemisfério norte. Hastes em posições radiais (verticais em relação ao globo) apresentam diferentes sombras em diferentes pontos da superfície do globo.

Fonte: Gangui (2014, p. 85).

Após algum tempo para troca de ideias e levantamento de hipóteses e explicações entre os participantes de cada grupo, como forma de subsídio à discussão e à investigação a ser feita, deve-se repassar um texto sobre Eratóstenes e o método por meio do qual, mediante a observação de sombras, ele conseguiu, pela primeira vez na história da humanidade, medir a circunferência da Terra.

A seguir segue um texto, elaborado pelos autores do presente artigo, sobre o tema, mas textos semelhantes podem ser encontrados em Pereira (2006), ou em outras

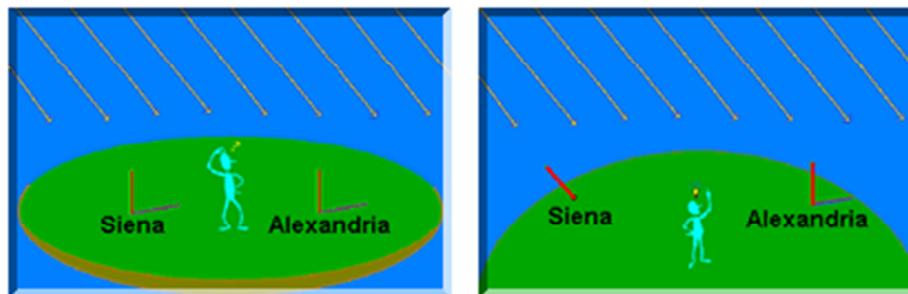
boas referências indicadas no site do projeto Eratóstenes Brasil³, como o artigo de Langhi (2017).

O Método de Eratóstenes

O grego Eratóstenes de Cirene (276 a.C. - 194 a.C.) foi quem realizou a proeza de medir o perímetro da circunferência terrestre. Ele nasceu em Cirene, colônia grega no norte da África, e veio a falecer em Alexandria, no Egito. Durante a maior parte de sua vida, foi bibliotecário chefe da famosa Biblioteca de Alexandria, e foi lá que ele encontrou, num velho papiro, indicações de que, ao meio-dia, no dia do solstício de verão do hemisfério norte⁴, na cidade de Assuã, ou Syene, em grego, situada ao sul de Alexandria, um poço era iluminado até o fundo, indicando que os raios solares estavam incidindo perpendicularmente a uma superfície horizontal, não produzindo sombra. Em compensação, em Alexandria, a sombra de um obelisco, observada neste mesmo dia de solstício, ao meio-dia, indicava que o Sol não se encontrava bem na vertical, mas sim formava um certo ângulo com a vertical. Cabe então se perguntar:

- O que poderia explicar essa diferença?

É possível perceber que isso ocorre devido à curvatura da superfície terrestre: considerando que o Sol se encontra muito longe da Terra e que, portanto, seus raios chegam praticamente paralelos à superfície de nosso planeta, se a Terra fosse plana, essa diferença não deveria existir, o ângulo entre a direção do Sol e a vertical local deveria ser o mesmo nos dois locais (Figura 2, imagem à esquerda). Contudo, sendo a Terra esférica, é de se esperar essa diferença (Figura 2, imagem à direita). Aliás, esse comportamento das sombras, variando de tamanho em diferentes localidades da Terra situadas no mesmo meridiano, mas em diferentes latitudes, pode ser considerado mais uma forte evidência de que a Terra é esférica⁵.



— Se o mundo é plano como uma mesa, então as sombras das varetas têm de ser iguais. E se isto não acontece é porque a Terra deve ser curva!

Figura 2 - Os raios solares incidem paralelos, devido à grande distância do Sol à Terra. Se a Terra fosse plana, as sombras teriam o mesmo tamanho. Como ela é esférica, se produz uma diferença no tamanho das sombras.

Fonte: Costa (2018).

³ Disponível em: <https://sites.google.com/site/projetoerato/>.

⁴ Dia em que o Sol se encontra mais ao norte em sua trajetória anual na esfera celeste, ou seja, na sua trajetória com relação às estrelas vista por observadores situados na Terra, ao longo da linha da eclíptica.

⁵ Esse pode ser considerado um quarto argumento, conhecido desde a Antiguidade, a favor da concepção de uma Terra esférica, que pode ser acrescentado aos três apresentados por Aristóteles, citados no início desta seção.

Eratóstenes percebeu que, quanto mais curva fosse a superfície da Terra, maior seria a sombra do obelisco em Alexandria no dia em que não era produzida sombra no fundo do poço em Assuã, ao sul, e maior seria o ângulo entre a vertical local e a direção do Sol em Alexandria, e que, portanto, medindo o ângulo, seria possível estimar a circunferência da Terra. Fazendo a medida desse ângulo, Eratóstenes obteve, aproximadamente, $7^{\circ} 12'$. Se o obelisco em Alexandria e o poço em Siena estão na vertical em cada um destes locais, dá para se imaginar que, prolongando essas direções, elas irão se encontrar no centro da Terra, conforme indicado na Figura 3.

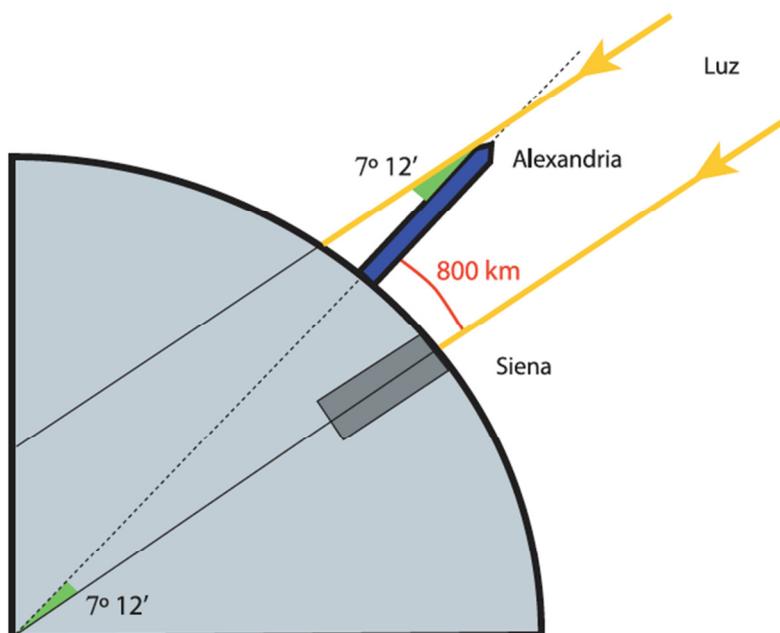


Figura 3 - Diagrama indicando os dados e geometria utilizados por Eratóstenes para medir a circunferência da Terra.
Fonte: Picazzio (2011, p. 81).

O ângulo, de $7^{\circ} 12'$, entre a direção do Sol e a vertical em Alexandria, terá o mesmo valor que o ângulo formado pelas duas verticais ao se encontrarem no centro da Terra, já que eles são ângulos alternos internos, sendo, as retas paralelas, as direções dos raios de luz do Sol (Figura 3). Esse ângulo de $7^{\circ} 12' = 7,2^{\circ}$ corresponde a $1/50$ da circunferência completa (360°), e o arco delimitado por esse ângulo, na superfície da Terra, corresponde à distância entre Assuã à Alexandria. Por proporção simples, Eratóstenes pode, então, encontrar o valor da circunferência C da Terra, já que conhecia a distância entre Assuã e Alexandria, que era de 5.000 estádios, que equivalem a 800 Km. O valor por ele então encontrado, 40.000 Km (veja o cálculo abaixo), está muito próximo do resultado que conhecemos hoje.

$$\frac{7,2^{\circ}}{800\text{Km}} = \frac{360^{\circ}}{C} \Rightarrow C = 40.000 \text{ Km}$$

Contudo, chegar a um valor em quilômetros da circunferência da Terra, a partir das estimativas de Eratóstenes, envolve alguns problemas: o valor de 5 mil estádios e o valor de $7,2^{\circ}$ eram visivelmente arredondados, e a conversão de estádios em quilômetros um tanto incerta, pois é difícil descobrir o verdadeiro valor que Eratóstenes

atribuiu ao estádio (VERDET, 1991; PEREIRA, 2006). Porém, a beleza do cálculo nos leva a reconhecer a elegância do raciocínio de Eratóstenes. Chama a nossa atenção a inteligência e o conhecimento dos antigos gregos sobre Geometria, a qual eles usavam para fazer brilhantes aplicações práticas como essa.

Após a leitura e discussão do texto anterior, ou equivalente, nos grupos de alunos, cabe ao professor conduzir um debate que busque esclarecer eventuais dúvidas dos estudantes, quanto a conceitos ou cálculos abordados no texto, destacar que, a partir da medida da circunferência da Terra, também se pode determinar o valor do seu raio ($C = 2\pi R$), e concluir o trabalho efetuando uma síntese que ressalte como a observação atenta da natureza, de algo tão corriqueiro como as sombras dos objetos, aliada à aplicação de um raciocínio geométrico, numa atitude tipicamente científica, permitiram que Eratóstenes chegasse a um resultado extraordinário: a determinação do tamanho da Terra.

4 Qual é o tamanho da Lua? Seria possível determinar esse tamanho observando eclipses?

Outro fato notável que ilustra, mais uma vez, a inteligência dos antigos filósofos da natureza e sua atitude, exemplarmente científica, de observação atenta da natureza e aplicação de princípios racionais para compreendê-la, foi a determinação da proporção de tamanhos entre a Terra e a Lua feita por Aristarco de Samos (310a.C.-230a.C.), famoso por ter sido, aparentemente, o primeiro sábio a propor e defender um modelo heliocêntrico de Universo, quase dois mil anos antes de Copérnico.

A elaboração do problema pode começar por uma pergunta bem básica e simples:

- A Lua é maior ou menor do que a Terra?

Feita essa pergunta em sala de aula, possivelmente a maioria dos estudantes responderá, corretamente, que ela é menor que a Terra, mas valerá a pena insistir e incentivar uma atitude investigativa, perguntando:

- Como seria possível chegar a essa conclusão?

- Que evidências existem que poderiam demonstrar esse fato, mesmo sem o auxílio de instrumentos, com base apenas na observação direta de fenômenos naturais?

Após ouvir e debater eventuais respostas dos alunos, sugerimos fazer uma breve abordagem do tema eclipse lunar, de preferência mostrando uma foto da Lua durante um eclipse lunar em um instante em que a Lua estivesse parcialmente imersa no cone de sombra da Terra, como na Figura 4:



Figura 4 - Foto da Lua durante um eclipse lunar num instante em que ela está apenas parcialmente oculta pela sombra da Terra.

Fonte: Espenak (2018).

Na imagem é possível perceber, nitidamente que o diâmetro da sombra da Terra, projetada sobre a Lua, é bem maior que o diâmetro da própria Lua. Conclusão: como o Sol está bem distante e seus raios chegam praticamente paralelos à Terra, o cone de sombra projetado pela Terra sobre a Lua deve ter um diâmetro (da seção reta do cone) que é aproximadamente igual ao da própria Terra, ou seja, pelo tamanho da sua sombra projetada sobre a Lua durante um eclipse, como podemos ver na imagem da Figura 4, a Terra é, de fato, maior que a Lua!

Nesse instante, é interessante que o professor faça uma exposição detalhando melhor a geometria de um eclipse lunar. Para tanto, é possível utilizar uma imagem esquemática, como a indicada na Figura 5, lembrando que ela não é, de forma alguma, fiel à proporção real de tamanhos e distâncias existentes entre a Terra, o Sol e a Lua, mas apenas um esquema simplificado para compreensão da geometria do eclipse.

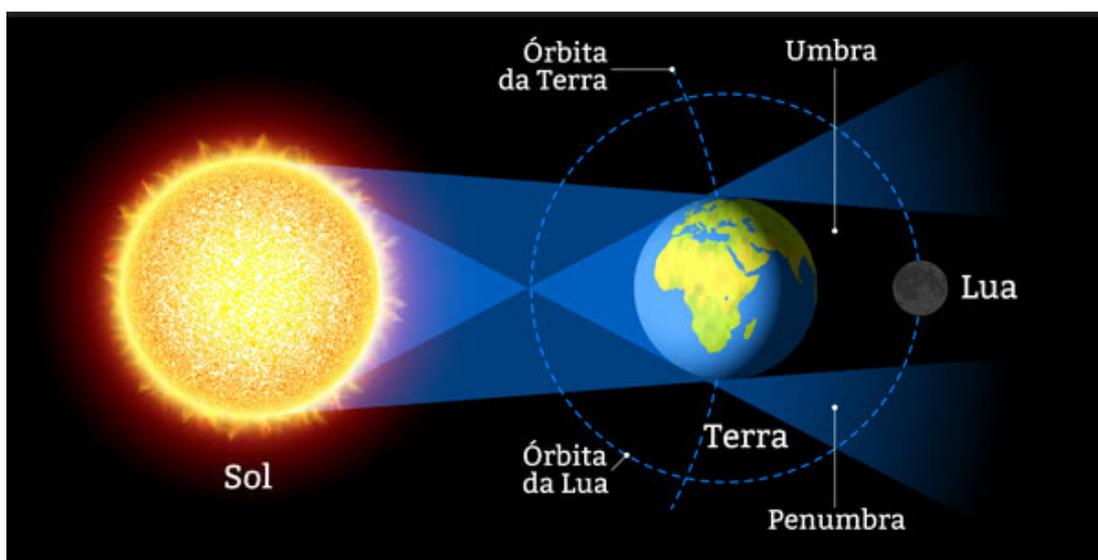


Figura 5 - Diagrama que ilustra como poderia ser feita uma comparação de tamanhos entre a Terra e Lua durante a ocorrência de um eclipse lunar: o diâmetro da Terra seria semelhante ao diâmetro da sombra que ela projeta sobre a Lua durante o eclipse.

Fonte: Gouveia (2018).

Nessa imagem será importante esclarecer os conceitos de umbra e penumbra. A umbra (ou sombra) seria a região na qual, para um observador situado em um ponto de seu interior, o Sol ficaria totalmente encoberto pela Terra; a penumbra seria a região na qual, para um observador situado em um ponto de seu interior, o Sol ficaria apenas parcialmente encoberto pela Terra.

Após essas explicações, a investigação poderia prosseguir um passo a mais, propondo-se a seguinte questão:

- Seria possível fazer uma estimativa da proporção de tamanhos entre a Terra e a Lua a partir da observação de um eclipse?

Nesse momento seria interessante a formação de grupos para que os alunos debatessem entre eles como isso poderia ser feito.

Uma primeira solução, simples e direta, com base em uma imagem semelhante à da Figura 4, seria simplesmente esboçar, sobre uma folha onde esta imagem estivesse impressa, o resto do contorno do cone de sombra da Terra, medir então o diâmetro da circunferência esboçada e compará-lo com o diâmetro da própria Lua, que poderia ser medido nesta mesma imagem. O professor, inclusive, poderia distribuir para os grupos de alunos folhas com imagens semelhantes às da Figura 4, para que eles próprios desenhassem o contorno da sombra da Terra, medissem com régua o seu diâmetro e o da Lua. Se poderia, inclusive, comparar os valores medidos pelos diferentes grupos e calcular uma média dos resultados obtidos. Por fim, assumindo que o diâmetro da sombra é aproximadamente igual ao diâmetro da Terra, dividindo o valor do diâmetro da sombra pelo da Lua, se teria, então, uma estimativa da proporção de tamanhos entre a Terra e a Lua.

Outra solução, um pouco mais elaborada e aplicando princípios físicos – e que parece ter sido a utilizada por Aristarco, que não dispunha de câmera fotográfica – valeria muito a pena ser levantada e discutida com os alunos. É uma solução que usa o tempo para medir o espaço: considerando que tanto o movimento da Terra em torno do Sol como o da Lua em torno da Terra são, com boa aproximação, uniformes, a velocidade (relativa) com que a Lua estaria cruzando o cone de sombra da Terra (que também estaria se movendo no espaço) durante um eclipse, também seria uniforme. Portanto, lembrando e aplicando conhecimentos de Física básica, no caso de um movimento uniforme, há uma proporção direta entre a distância d percorrida e o tempo t gasto para percorrê-la:

$$d = v \cdot t$$

onde a constante de proporcionalidade v é o valor da velocidade com que a Lua se move com relação à sombra.

Portanto, se, durante um eclipse total da Lua em que ela cruze a sombra da Terra diametralmente⁶, for medido o tempo decorrido entre o instante em que a Lua toca a sombra (umbra) da Terra, até penetrar nela totalmente, percorrendo uma distância de um diâmetro lunar com relação ao cone de sombra, e o tempo que, a partir daí, ela levaria até sair completamente da sombra da Terra, percorrendo uma distância correspondente ao diâmetro da sombra, na posição em que a Lua se encontra, estes

⁶ Em muitos eclipses lunares, a Lua apenas tangencia o cone de sombra, não passando pelo seu centro, ou seja, não cruza a sombra da Terra ao longo de um diâmetro, mas há alguns eclipses em que, como boa aproximação, isso ocorre.

tempos estariam na mesma proporção que a existente entre os diâmetros da Lua e o da sombra. Portanto, medindo esses tempos, pode se obter a proporção entre os tamanhos da Lua e da sombra da Terra – um excelente exemplo de aplicação de conceitos de cinemática, abordados na Educação Básica.

Aristarco parece ter seguido esse caminho, estimando a proporção entre os diâmetros a partir da medida dos tempos e formulando a hipótese de que a largura da sombra da Terra, na posição em que a Lua se encontra, corresponderia a duas vezes o diâmetro da Lua (ARISTARCO DE SAMOS, 2016, p. 8). Se for utilizada a simplificação e aproximação que propusemos anteriormente, de que o diâmetro da sombra seria semelhante ao da Terra, seguindo a hipótese utilizada por Aristarco quanto ao tamanho desta sombra, a conclusão seria de que a Terra é duas vezes maior que a Lua. Contudo, não foi isso que Aristarco fez. Ele foi mais cuidadoso e aprimorou essa estimativa: utilizando outras cinco hipóteses relativas à Terra, ao Sol e à Lua, expostas em sua única obra que chegou até nossos dias, intitulada “Sobre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua” (ARISTARCO DE SAMOS, 2006) e um elaborado raciocínio geométrico, que levava em conta o estreitamento do cone de sombra da Terra à medida que dela nos afastamos, concluiu que o diâmetro da Terra não seria apenas 2 vezes, mas sim 2,8 vezes maior que o da Lua (ARISTARCO DE SAMOS, *op. cit.*, p. 57). O valor correto dessa proporção, de acordo com dados atuais, é de 3,7 vezes. O valor obtido por Aristarco só não foi melhor devido a falhas em alguns dos valores iniciais adotados em suas hipóteses – o que é perfeitamente compreensível, já que não havia bons equipamentos de medida em sua época –, como o de que o ângulo entre a Lua e o Sol, quando a Lua se encontra em dicotomia⁷, seria de 87°, quando na verdade é cerca de 89° 51’, e de que a largura da sombra da Terra, durante um eclipse, seria duas vezes maior que o diâmetro da Lua, quando, na verdade, é um pouco mais que isso, mas o raciocínio geométrico utilizado por Aristarco foi perfeito e o resultado notável, obtendo uma estimativa da proporção de tamanhos entre a Terra e a Lua.

Oliveira, Lima e Bertuola (2016) resumem o trabalho admirável de Aristarco afirmando que:

Aristarco observou as fases da Lua e mediu os ângulos entre a Terra, a Lua e o Sol; observou os eclipses solar e lunar e mediu os tempos de ocorrência desses fenômenos. Combinou todos os dados experimentais recolhidos com algumas triangulações geométricas e obteve finalmente as distâncias absolutas da Terra à Lua e da Terra ao Sol (OLIVEIRA; LIMA; BERTUOLA, 2016, p. 2304-2).

Uma ressalva a ser feita com relação a afirmação desses autores é que, em verdade, os resultados obtidos por Aristarco não foram absolutos, mas relativos, ou seja, observando as fases da Lua e os eclipses, medindo ângulos e tempos, ele obteve as proporções de tamanhos e distâncias entre Sol, Terra e Lua (ARISTARCO DE SAMOS, *op. cit.*, p. 57), que poderiam ser expressos, por exemplo, em termos do diâmetro ou raio da Terra, mas não utilizou nenhuma estimativa para o tamanho da Terra de modo a obter os valores absolutos desses tamanhos e distâncias. Embora Aristarco tenha sido, aproximadamente, contemporâneo de Eratóstenes, aparentemente ele desconhecia o resultado notável obtido por este último, abordado na seção anterior deste trabalho: a medida da circunferência da Terra.

⁷ Instante em que metade da face da Lua voltada para a Terra está iluminada e a outra metade está na sombra, o que acontece nas fases de quarto crescente ou quarto minguante.

Qual é o tamanho do Universo? Uma proposta de sequência de ensino investigativo sobre os métodos de Eratóstenes e Aristarco para medir os tamanhos da Terra e da Lua

Uma atividade interessante a ser proposta e realizada com estudantes da Educação Básica, inspirada no método de Aristarco, seria utilizar as informações confiáveis sobre os tempos de duração dos eclipses atualmente disponíveis na *web*, como, por exemplo, as fornecidas pelo *NASA Eclipse Website* (NASA, 2018), e, mais uma vez, aplicando uma metodologia de ensino por investigação, propor aos estudantes que pesquem na *internet* dados sobre a duração dos eclipses lunares, e descubram como, a partir deles, usando raciocínio semelhante ao descrito anteriormente, de utilizar medidas de tempo para avaliar distâncias, seria possível determinar a proporção entre os tamanhos da Terra e da Lua.

Com efeito, consultando o site da NASA acima referido, encontramos diagramas que informam sobre todos os principais instantes de um eclipse, com precisão de segundos, conforme ilustrado na Figura 6, com dados sobre um eclipse lunar total que ocorreu em 15 de junho de 2011. Nesse eclipse, a Lua, com boa aproximação, cruzou diametralmente o cone de sombra da Terra, o que é essencial para que a estimativa acerca do diâmetro da Terra baseada no tempo que a Lua leva para cruzar o cone de sombra seja válida.

Total Lunar Eclipse of 2011 Jun 15

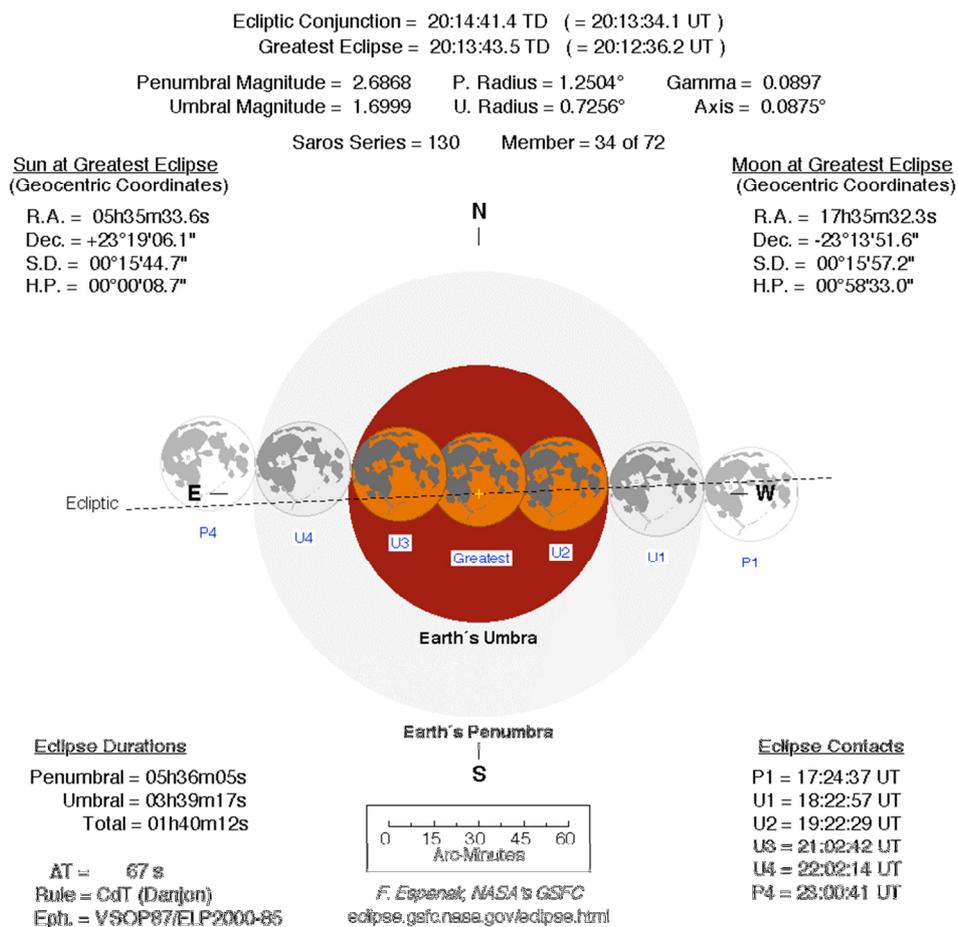


Figura 6 - Dados sobre o eclipse lunar total ocorrido em 15 de junho de 2011, informados pela NASA.

Fonte: NASA (2011).

Na tabela situada abaixo e à direita na Figura 6, se acham informados todos os instantes dos principais “contatos” da Lua com a penumbra e a umbra. Por exemplo: P1 representa o instante em que a borda (limbo) da Lua tem o primeiro contato com a penumbra, U1 o instante em que o limbo da Lua tem o primeiro contato com a penumbra, U2 quando a Lua penetra totalmente a umbra, e assim por diante, conforme indicado no diagrama representando a Lua, a penumbra e a umbra, no centro da Figura 6.

Com esses dados é possível, por exemplo, calcular o tempo que a Lua leva para penetrar na sombra (umbra) da Terra, que será a diferença entre os instantes U2 e U1, cujo resultado, usando os dados da tabela, é 59:32 (59 minutos e 32 segundos). Já o tempo que um ponto da borda da Lua leva para cruzar a umbra pode ser estimado como a diferença entre U3 e U1, dando como resultado 2:39:45 (2 horas, 39 minutos e 45 segundos). Portanto a razão entre o diâmetro da sombra da Terra e o da Lua, pode ser estimada como sendo a razão entre os tempos: $(U3 - U1) / (U2 - U1)$, cujo resultado, com três algarismos significativos é 2,68, um tanto distante da proporção real de tamanho entre os diâmetros da Terra e da Lua, que é 3,67. A diferença se explica pelo fato de o diâmetro da umbra ser, efetivamente, menor que o da Terra, pois, sendo o Sol maior do que a Terra, a sombra projetada por esta é um cone, sendo que o diâmetro de uma seção reta deste cone vai diminuindo à medida que nos afastamos da Terra.

Uma estimativa bem melhor pode ser feita considerando que o diâmetro da Terra corresponde, aproximadamente, ao de um círculo cuja borda estaria situada na metade do caminho entre a borda da umbra e a da penumbra, pois, estando o Sol muito afastado da Terra, as linhas bissetrizes dos ângulos formados pelas linhas, contidas no mesmo plano, que delimitam a umbra e a penumbra, serão, com boa aproximação, tangentes à superfície da Terra e paralelas entre si, sendo que sua intersecção com o plano onde estão representados os discos de umbra e penumbra, na Figura 6, seriam pontos situados no meio do caminho entre a borda da umbra e da penumbra, e que indicariam, com melhor aproximação, as dimensões da circunferência da Terra. É possível demonstrar, geometricamente, levando em conta a proporção real de tamanhos e a distância entre a Terra e o Sol, que essa seria uma aproximação bem melhor do que a feita anteriormente, de considerar que o diâmetro da umbra seria semelhante ao da Terra. Demonstração que pode ser proposta como mais um desafio para os estudantes mais interessados.

Mais uma vez, usando os dados indicados na Figura 6, poderemos estimar o diâmetro desse círculo, cuja borda fica na metade do caminho entre as bordas da umbra e da penumbra, usando a razão entre os tempos que a Lua leva para percorrer um diâmetro lunar (dado por U2 - U1), que é de 59:32 (59 minutos e 32 segundos), e o tempo para cruzar esse novo diâmetro, que pode ser estimado como a soma do tempo para cruzar a primeira faixa de penumbra (U1 - P1) mais o tempo para cruzar a umbra (U3 - U1), cuja soma é 3:38:05 (3 horas, 38 minutos e cinco segundos). O resultado da razão entre esses tempos, com três algarismos significativos, é 3,66. Um resultado notável, praticamente igual à proporção real entre os tamanhos dos diâmetros da Terra e da Lua, que é de 3,67.

As contas acima indicadas não são muito triviais para estudantes da Educação Básica, já que envolvem trabalhar com uma base sexagesimal (horas, minutos e segundos), mas também não apresentam dificuldade excessiva e o método pode ilustrar

muito bem um trabalho dentro de uma perspectiva de ensino por investigação, o qual, com a mediação do professor, pode ser desenvolvido pelos grupos de alunos.

Uma continuidade de estudo que seria bastante natural e interessante, se o trabalho for desenvolvido até esse ponto, de utilizar os dados do site da NASA sobre os tempos dos eclipses, seria explorar um pouco mais o referido *site* (NASA, 2018) e verificar quando ocorrerá o próximo eclipse lunar, ou solar, visível do Brasil, para que os estudantes que se interessarem, já saibam com antecedência e se preparem para assistir esse belo espetáculo natural. Todo o ano ocorrem eclipses visíveis de alguma região da Terra, sendo que, para uma localidade fixa, os lunares são muito mais frequentes que os solares. Por quê? Basta levar em conta as dimensões da Terra e da Lua e aplicar Geometria para encontrar a resposta, numa nova possível atividade de ensino por investigação. No fundo, o principal motivo para isso é o fato de a Terra ser maior que a Lua e de que, portanto, o diâmetro do cone de sombra produzido pela Terra ser maior que o produzido pela Lua a uma mesma distância, equivalente à distância média entre estes astros.

5 Considerações Finais

O objetivo do artigo foi expor uma proposta de sequência de ensino investigativo (AZEVEDO, 2004; CARVALHO, 2013, 2018) tendo como tema a determinação dos tamanhos da Terra e da Lua, inspirada nos trabalhos de antigos filósofos da natureza, Eratóstenes e Aristarco de Samos, buscando promover uma abordagem interdisciplinar, articulando Astronomia, História, Geometria e Física.

Parte da proposta e do material aqui apresentado foi aplicado, em 2016 e 2017, numa versão piloto, em escolas do Ensino Médio do estado do Espírito Santo, um particular e outra pública (FERREIRA, 2018). Durante essa aplicação foi possível verificar alguns indícios de promoção de uma aprendizagem significativa, mas também a necessidade de aperfeiçoamentos em diversos pontos. A presente sequência busca, justamente, suprir algumas dessas necessidades, como a de maior envolvimento e participação ativa dos estudantes que, no presente trabalho, buscamos viabilizar por meio da apresentação de uma proposta didática baseada na metodologia de ensino por investigação.

A proposta aqui apresentada representa uma contribuição dos autores no desenvolvimento de sequências didáticas sobre o grande tema das dimensões do Universo, que tem como objetivo geral contribuir para um ensino de Ciências para a Educação Básica que inclua a promoção de uma maior consciência dos estudantes com relação ao nosso planeta e à nossa posição no espaço e no tempo em grande escala, que contribua para sua formação e atuação como cidadãos, o que, consideramos, é um dos grandes objetivos da Educação em Astronomia. A intenção é que a presente proposta de sequência didática seja complementada por outras, ainda em desenvolvimento, abordando a mesma questão geral: “Qual é o tamanho do Universo?”, tendo como tema a determinação das distâncias até os astros, dos mais próximos até os mais distantes.

Agradecimentos

Aos estudantes do Ensino Médio do Centro Educacional Charles Darwin de Guarapari, ES, e do Centro Estadual do Ensino Médio em Tempo Integral São Pedro, Vitória, ES, pela participação nos projetos que desenvolvemos nestas escolas, que serviram de base e inspiração para o presente trabalho.

Aos professores Thiago Pereira da Silva e Vinícius Zamprogno Mota, pela participação nesses projetos pilotos e terem cedido gentilmente suas aulas para sua aplicação.

Referências

ARISTARCO DE SAMOS. **Sobre os tamanhos e as distâncias do Sol e da Lua.**

Traduzido e editado por Rubens E. G. Machado. Santiago: 2016. Disponível em: <https://archive.org/search.php?query=Aristarco%20de%20Samos>. Acesso em: 07 nov. 2018.

AZEVEDO, M. C. P. S. Ensino por investigação: problematizando as atividades em sala de aula. In: Carvalho, A. M. P. (Org.). **Ensino de Ciências: unindo a Pesquisa e a Prática.** São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004. p. 19-33.

BISCH, S. M. **Astronomia no ensino fundamental:** natureza e conteúdo do conhecimento de estudantes e professores. 1998. 301 p. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998. Disponível em: www.btdea.ufscar.br/teses-e-dissertacoes/astronomia-no-ensino-fundamental-natureza-e-conteudo-do-conhecimento-de-estudantes-e-professores. Acesso em 30 nov. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências Naturais (5ª a 8ª Série).** Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro04.pdf>. Acesso em 30 nov. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/SEB, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em 30 nov. 2018.

CANALLE, J. B. G. Explicando Astronomia básica com uma bola de isopor. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 16, n. 3, p. 314-331, 1999.

CARVALHO, A. M. P. Fundamentos teóricos e metodológicos do ensino por investigação. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 18, n. 3, p. 765-794, 2018.

CARVALHO, A. M. P. O ensino de Ciências e a proposição de sequências de ensino investigativas. In: CARVALHO, A. M. P. (Org.). **Ensino de Ciências por Investigação: condições para implementação em sala de aula.** São Paulo: Cengage Learning, 2013. p. 1-20.

COSTA, J. R. V. **Eratóstenes e a circunferência da Terra**. 2020. Disponível em: www.zenite.nu/eratostenes-e-a-circunferencia-da-terra. Acesso em: 27 nov. 2018.

ESPENAK, F. **TLE2000Jan**. Disponível em: www.mreclipse.com/LEphoto/TLE2000Jan/image/TLE2000-22w.JPG. Acesso em: 27 nov. 2018.

FERREIRA, C. A. **Medidas de Distância em Astronomia**: uma proposta de unidade de ensino potencialmente significativa para o Ensino Médio. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2018.

GANGUI, A. Liberar al globo terráqueo. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 17, p. 67-90, 2014.

GOUVEIA, R. **Eclipse Lunar**: como acontece o Eclipse Lunar?. Disponível em: www.todamateria.com.br/eclipse-lunar. Acesso em: 27 nov. 2018.

LANGHI, R. Projeto Eratóstenes Brasil: autonomia docente em atividades experimentais de Astronomia. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 34, n. 1, p. 6-46, 2017.

MARTINS, R. A. **O Universo**: teorias sobre sua origem e evolução. São Paulo: Moderna, 1994.

NASA. **NASA Eclipse Website**. Disponível em: <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/eclipse.html>. Acesso em: 20 nov. 2018.

NASA. **Total Lunar Eclipse of 2011 Jun 15**. Disponível em: <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/OH/OHfigures/OH2011-Fig03.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2011.

OLIVEIRA, T. B.; LIMA, V. T.; BERTUOLA, A. C. Aristarco revisitado. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 38, n. 2, 2016.

PEREIRA, P. C. R. Revivendo Eratóstenes. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia - RELEA**, n. 3, p. 19-38, 2006.

PICAZZIO, E. (Org.). **O céu que nos envolve**: introdução à Astronomia para educadores e iniciantes. São Paulo: Odysseus, 2011.

STRIEDER, R. B.; WATANABE, G. Atividades investigativas na educação científica: dimensões e perspectivas em diálogos com o ENCI. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, v. 18, n. 3, 2018.

UNIVERSE AWARENESS. Projeto internacional de Educação em Astronomia, sediado no Observatório de Leiden, Holanda, apoiado pela UNESCO. Disponível em: www.unawe.org/about/vision/. Acesso em: 27 nov. 2018.

VERDET, J. P. **Uma História da Astronomia**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1991.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

ZÔMPERO, A. F.; LABURÚ, C. E. Atividades investigativas no ensino de ciências: aspectos históricos e diferentes abordagens. **Revista Ensaio: pesquisa em Educação em Ciências**, v. 13, n. 3, 2011.

Artigo recebido em 18/11/2018.

Aceito em 09/01/2020.