

## A SOMBRA DE UM GNÔMON AO LONGO DO ANO EM DIFERENTES LUGARES DO PLANETA

 *Francisco Catelli*<sup>1</sup>  
 *Odilon Giovannini*<sup>2</sup>  
 *Juliana Bortolini*<sup>3</sup>  
 *Fernando Siqueira da Silva*<sup>4</sup>

**Resumo:** Um modelo da sombra de um gnômon, que pode ser ajustado em diferentes locais do planeta, e permite acompanhar a evolução da sombra produzida pelo Sol ao longo do dia, é apresentado, tanto em seus detalhes de construção, quanto no seu correto posicionamento para a latitude escolhida. O modelo é de fácil construção e atende às indicações da Base Nacional Comum Curricular, adotada no Brasil, para o Ensino Fundamental, no campo da Astronomia. Seu uso também é indicado no nível médio, bem como em disciplinas de cursos de Licenciatura, tais como Ciências, Física, Matemática e Geografia.

**Palavras-chave:** Modelos; Sombra de um gnômon; Ensino de Astronomia.

## LA SOMBRA DE UN GNOMON A LO LARGO DEL AÑO EN DISTINTOS LUGARES DEL PLANETA

**Resumen:** Se presenta un modelo de la sombra de un gnomon, que se puede ajustar a cualquier lugar del planeta, y permite seguir la evolución de la sombra que produce el Sol a lo largo del día, tanto en sus detalles constructivos como en su correcto posicionamiento para la latitud elegida. El modelo es fácil de construir y cumple con las indicaciones de la Base Curricular Común Nacional, adoptada en Brasil, para el nivel de la escuela Primaria en el campo de la Astronomía. Su uso también está indicado en la enseñanza de nivel Medio superior, así como en disciplinas de cursos de Profesorado en Ciencias, Física, Matemáticas, Geografía.

**Palabras clave:** Maquetas; Sombra de un gnomon; Enseñanza de la Astronomía.

## THE SHADOW OF A GNOME THROUGHOUT THE YEAR IN DIFFERENT PLACES OF THE PLANET

**Abstract:** A model of the shadow of a gnome, which can be adjusted to any location on the planet, and allows to follow the evolution of the shadow produced by the Sun throughout the day, is presented, both in its constructive details and in its correct positioning for the chosen latitude. The model is easy to build, and meets the National Common Curricular Base, adopted in Brazil, for the Elementary School level, in the field of Astronomy. Its use is also indicated at the Middle and High School, as well as in disciplines of Teacher's courses such as Science, Physics Mathematics, Geography.

**Keywords:** Models; Shadow of a gnome; Astronomy Teaching.

<sup>1</sup> Universidade de Caxias do Sul. (UCS), Caxias do Sul, Brasil. E-mail: fcatelli@ucs.br.

<sup>2</sup> Universidade de Caxias do Sul. (UCS), Caxias do Sul, Brasil. E-mail: ogiovanj@ucs.br.

<sup>3</sup> Universidade de Caxias do Sul, (UCS), Caxias do Sul, Brasil. E-mail: juli\_bortolini@hotmail.com.

<sup>4</sup> Universidade Federal do Pampa, (UNIPAMPA) São Borja, Brasil.  
E-mail: fernandosiqueiradasilva@gmail.com.

## 1 Modelos: introdução e fundamentação teórica

A região à qual pertencem os autores deste artigo é vocacionada, em parte significativa, à agricultura. Uma história que se ouvia, contada pelos agricultores mais antigos, era a de que, ao trabalharem em roças distantes, estimavam a proximidade do meio dia a partir da direção e do menor comprimento da sombra produzida pelo Sol do cabo de suas enxadas, colocado verticalmente.

É da sombra desta haste vertical, à semelhança de um gnômon astronômico, que o modelo aqui proposto tratará, reproduzindo-a, tanto na sua direção quanto no seu comprimento ao longo do dia e do ano, claro que de forma aproximada. Para atingir este propósito, será feita uma breve teorização sobre modelos nas ciências, para na sequência, apresentar o modelo que é objeto deste trabalho.

Modelo: essa, sem dúvida, é uma palavra polissêmica em sua essência, o que obriga a todos os que se propõem a empregá-la o uso de recortes, eventualmente, mais de um. Mas, antes de iniciarmos esta sucessão de recortes que levará ao modelo analógico tridimensional da sombra de um gnômon astronômico (no restante do artigo ele será referido resumidamente como “gnômon”), em qualquer lugar do planeta, durante todo o ano, detenhamo-nos brevemente na semântica da palavra: em latim, “modulus” leva à ideia da proporção entre as partes, e essa ideia retornará a seguir, no interior do primeiro recorte que faremos em busca de uma acepção viável de modelo, para os propósitos deste trabalho.

O primeiro recorte, dos quatro que faremos, todos sucessivos e concatenados, é o de considerar a acepção epistemológica da palavra modelo. Estruturas concretas, ou abstratas, construídas com a intenção de representar diferentes aspectos de uma dada realidade, ou fato: esta poderia ser uma definição preliminar aceitável de modelo. Aqui, cabe uma conexão com a origem latina da palavra: “modulus” (Silva & Catelli, 2019) entendido como proporção entre partes, está na gênese da própria ideia de medida, a saber: medir é representar as grandezas umas pelas outras. A medida de um comprimento, por exemplo, não é senão uma proporção entre o que se quer medir e um comprimento padrão, estabelecido por consenso no interior de uma dada comunidade? Já de partida, podemos perceber as enormes possibilidades da modelização em ciências, já que sua conexão com a medida permite que a associemos de forma central com a própria Física, a qual, nas palavras de Lorde Rayleigh, não é “[...] a ciência das coisas, mas das medidas” (Catelli, 1999, p. 55).

O segundo recorte decorre naturalmente: o que será feito aqui se dá no interior do campo das ciências factuais, Física, em especial, a Astronomia, em particular, no que diz respeito a este trabalho. Aqui, o “objeto” que queremos representar é a sombra de uma vara vertical, um gnômon, sobre uma superfície horizontal plana. “Objetos” adicionais serão necessários: a Terra, em órbita (que simplificaremos como circular) em volta do Sol, mantendo a direção, sentido e módulo de seu vetor velocidade angular (de rotação em torno de seu eixo) invariantes no espaço sob uma ideal e excepcional aproximação, em intervalos de tempo da ordem de séculos (Silva, 2011; Silva, Catelli & Dutra, 2021).

O terceiro recorte é o que diz respeito à natureza didática dos diferentes modelos que iremos propor. Como dar conta de algumas das demandas da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), no que diz respeito à Astronomia e ao Sistema Solar? Já nos três primeiros anos do Ensino Fundamental são elencadas habilidades e

competências para interpretar o movimento diário aparente do Sol a partir da projeção da sombra de uma vara retilínea perpendicular a uma superfície horizontal plana. Mas, preliminarmente, os estudantes necessitarão construir, em algum grau, uma estrutura abstrata. Essa estrutura conceitual do movimento diário aparente do Sol deve, ainda segundo a BNCC, se dar de forma progressiva, ao longo dos sucessivos anos do Ensino Fundamental.

Neste trabalho, temos como meta oferecer aos leitores um recurso, que poderia dar conta, pelo menos em boa parte, das demandas apontadas neste terceiro recorte. Para isto, proporemos modelos, vistos aqui como “objetos do conhecimento”. O modelo de destaque neste trabalho será o modelo que reproduz com razoável fidelidade a sombra de um gnômon. Mas, como os leitores poderão constatar mais adiante, este modelo só atinge as qualidades que pretendemos lhe conferir quando associado a outros modelos, estes sobejamente conhecidos e de uso frequente, que também serão lembrados aqui, de forma sucinta.

O modelo que é proposto, bem como outros, que serão utilizados para dar sentido pleno à proposta, cumprem uma tarefa primordial: o trânsito entre as representações bidimensionais e as tridimensionais (Silva & Catelli, 2020). As primeiras, encontradas em profusão nas páginas dos livros didáticos, e nas telas de computadores, ambas mídias essencialmente bidimensionais, empregadas com frequência pelos estudantes para estudo e a execução de tarefas nesta área, não são de compreensão imediata e “automática”, longe disso. O significado destas representações bidimensionais pode ser amplificado consideravelmente por ocasião do contato dos estudantes com outras representações, estas, tridimensionais. Cumpre aqui que se faça um alerta ao leitor: não se trata de hierarquizar (“a representação tridimensional é melhor que a representação bidimensional” ou o inverso). Trata-se, isto sim, de pô-las em conexão, provocando o estudante a passar de uma a outra, tantas vezes quantas julgar necessário. Desse “tráfego” entre representações solidificar-se-á nos estudantes, espera-se, uma estrutura conceitual mais sólida e viável.

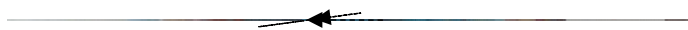
O quarto (e último) recorte diz respeito às características do modelo, já devidamente conformadas pelos recortes anteriores. Trata-se de um “objeto”, concreto, um modelo, criado para atender às demandas especificadas pelo terceiro recorte proposto, acima. É analógico, no sentido de ter algumas das características de uma maquete (a simetria esférica, o eixo de rotação inclinado em relação ao plano de referência, e assim por diante). Doravante, ele será chamado, abreviadamente, de OMDASG – Objeto Modelo Didático Analógico da Sombra de um Gnômon.

## **2 A descrição do modelo (OMDASG)**

Agora que uma ideia um pouco mais elaborada do que pode ser entendido por “modelo” foi apresentada, segue a descrição, em detalhe, daquele que é o foco deste trabalho. Mas, como já anunciado, o leitor notará que o modelo aqui proposto só adquire sentido em conexão com outros modelos, estes, bem conhecidos. Assim, a descrição do modelo que é objeto deste trabalho vem inexoravelmente entremeada com outras formas de representação, pois se trata aqui de propor recursos para a conceituação (num sentido amplo) do movimento diário aparente do Sol tal como ele é percebido, de algum ponto, aqui, da superfície da Terra.

Um objeto modelo amplamente conhecido e utilizado, seja por professores, seja por estudantes, e até mesmo empregado com alguma frequência como objeto de decoração, é o globo terrestre; ele será o ponto de partida para explicar o modelo da sombra de uma vara vertical, o gnômon, quando iluminada pelo Sol, em qualquer época do ano e em qualquer lugar da Terra. O globo terrestre é uma representação tridimensional da Terra, resgatando desta, em especial, sua esfericidade e a inclinação do eixo de rotação em relação ao plano de revolução da Terra em volta do Sol (o “plano da eclíptica”, em Oliveira Filho e Saraiva, 2014). Adicionalmente, a superfície do globo terrestre é representada em diferentes aspectos, incluindo a localização das principais cidades, países, regiões, bem como acidentes geográficos, rios, mares, e assim por diante. Círculos adicionados ao globo, paralelos ao plano do Equador, representam a latitude de um determinado local; o maior deles, que repousa sobre o plano do Equador Terrestre, plano este perpendicular ao eixo de rotação da Terra; é referido como “latitude zero”. Os demais círculos, que configuram planos paralelos ao plano do Equador, “fatiam” o orbe terrestre, e são associados a ângulos crescentes, partindo de  $0^\circ$  e indo até  $+90^\circ$ , rumo ao Polo Norte, e  $-90^\circ$ , na direção do Polo Sul. Tudo o que é representado sobre algum destes círculos estará a uma mesma latitude; o círculo correspondente à latitude  $-15^\circ$ , por exemplo, passa (no Brasil) pelo Mato Grosso (ao Norte de Cuiabá), por Goiás (ao Norte de Brasília), por Minas Gerais e pela Bahia (ao Sul de Ilhéus). Este círculo também é denominado de “paralelo 15, Sul”.

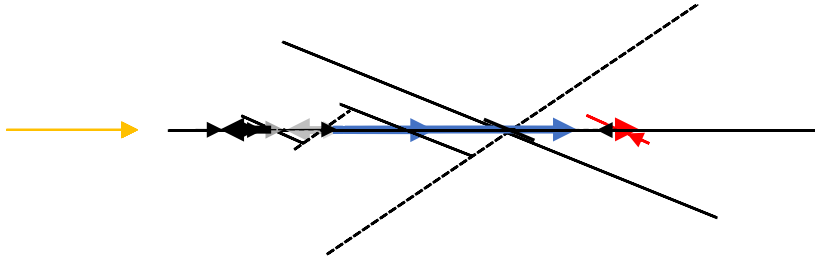
Já a longitude corresponde a círculos que “fatiam” a Terra, como gomos de uma laranja. Todos esses círculos possuem dois pontos em comum: o ponto no qual o eixo imaginário de rotação da Terra atravessa a superfície da Terra; este é o Polo Norte. O outro ponto é definido de forma idêntica, porém, ao Sul. Por fim, o círculo de partida da longitude, também chamado de meridiano zero, é aquele que passa por Greenwich, um arrabalde da cidade de Londres. Os ângulos de longitude crescem de  $0^\circ$  até  $180^\circ$  a leste (no sentido horário, quando a Terra é vista a partir de uma linha de visada sobre o eixo de rotação da Terra, ao Norte), e de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , a oeste (Figura 1).



**Figura 1** - O disco branco na imagem simula o plano do horizonte de um observador situado em Londres, no hemisfério Norte. Ao centro deste disco, e perpendicular a ele, aparece um gnômon, cujo prolongamento imaginário passa pelo centro da Terra. Na imagem do encarte está realçada (em vermelho) a linha radial que corresponde ao meio dia.

O objeto modelo didático analógico (OMDASG) proposto neste trabalho consiste numa simplificação do globo terrestre: será conservado deste o eixo de rotação (“eixo da Terra” na Figura 2), inclinado de um ângulo de  $23,5^\circ$  em relação à base. Uma haste, cuja extremidade coincide com a superfície do globo terrestre, terá um pequeno disco plano acoplado a ela, disco este que materializa o Plano do Horizonte Local no OMDASG. Sobre este disco foram adicionadas divisões (como se fosse um relógio de Sol), de modo a ter um referencial aproximado da direção na qual a sombra é projetada. O comprimento da sombra projetada sobre este disco plano dependerá da época do ano e do local, sobre o globo terrestre, no qual o gnomo é posicionado. Como pode ser visualizado no encarte da Figura 1, a linha (realçada em vermelho) que corresponde ao meio dia aponta para o prolongamento imaginário do eixo de rotação da Terra, acima do

Polo Norte. Esta haste pode rodar em torno de seu centro, que é fixado ao centro do eixo de rotação da Terra, como pode ser visto na Figura 2. A rotação da haste permitirá posicionar o Plano do Horizonte e o gnômon, representado pela seta na Figura 2 em qualquer latitude que se deseje, tanto ao norte quanto ao sul. O leitor perceberá que o gnômon (ou vara vertical) estará sempre posicionado no prolongamento da haste. Um aspecto central deste modelo, sem o qual ele não funcionará de forma fiel, é a inclinação da base do eixo de rotação da Terra, de  $23,5^\circ$ , aproximadamente, em relação ao plano da mesa sobre o qual o modelo será colocado (como citado acima, este é o plano da órbita da Terra em volta do Sol, o Plano da Eclíptica no OMDASG (Oliveira Filho & Saraiva, 2014)).



**Figura 2** - O objeto modelo. A haste central (na qual o gnômon e o Plano do Horizonte Local modelizado são posicionados) pode ser ajustada de  $0^\circ$  a  $\pm 90^\circ$ , o que levará o gnômon a qualquer latitude desejada, ao Norte, ou ao Sul. A seta representa o gnômon, que projeta uma sombra sobre o disco, devido à luz do Sol. O modelo pode girar (relativamente à base) em torno do eixo da Terra. A base do modelo, que repousa sobre uma mesa, corresponde ao plano da eclíptica.

A Figura 2 é uma representação esquemática deste objeto modelo e na Figura 3, à esquerda, estão as partes que o compõem e, à direita, o modelo montado.

Por fim, será necessário um “Sol” para este modelo; este poderá ser realizado a partir de uma fonte de luz quase pontual, que poderia ser um pequeno refletor de LED.



**Figura 3** - Imagem da esquerda: modelo desmontado. À direita, o modelo montado e ajustado para uma latitude de  $+30^\circ$ . O entalhe na peça de extremidade com ponta, que corresponde ao eixo da Terra, permite o ajuste do OMDASG na latitude de  $+90^\circ$  (Polo Norte). O disco impede que o ajuste de  $-90^\circ$  (o gnômon no Polo Sul) seja feito.

Esta representação do Sol é tão mais fiel quanto mais distante estiver esta fonte de luz; desta forma, os “raios” de luz serão cada vez mais paralelos uns aos outros, ou seja, estarão colimados. Uma maneira mais elaborada de obter este paralelismo dos raios de luz é construir um refletor como o apresentado na Figura 4, o qual possui como lente colimadora a lente de Fresnel de um retroprojektor fora de uso; a lente de Fresnel é a superfície do retroprojektor sobre a qual é colocada a transparência.

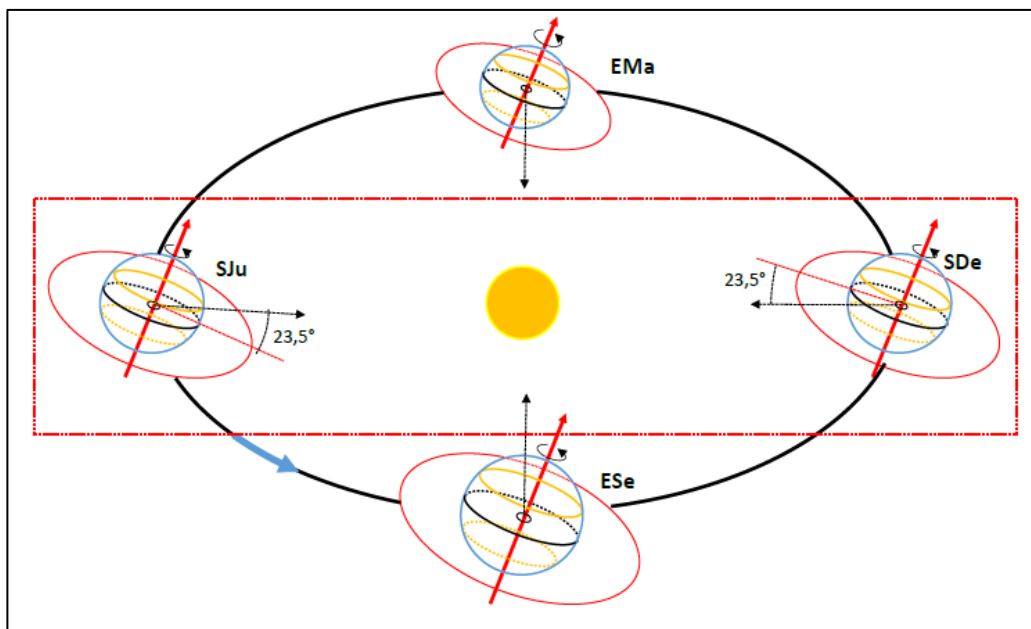
Agora que o leitor já está familiarizado preliminarmente com o modelo proposto (as Figuras 1, 2, 3, e 4 auxiliam bastante na compreensão de como ele é construído), será descrita a utilização do modelo, de modo a replicar a evolução da sombra do gnômon ao longo do dia, em qualquer lugar do planeta, em qualquer época do ano.



**Figura 4** - O “iluminador”, que faz o papel do Sol. Para que os raios de luz, divergentes, de uma lâmpada de LED sejam colimados, ela foi colocada no ponto focal de uma lente de Fresnel, retirada da mesa de projeção de um retroprojektor fora de uso (imagem à esquerda).

### 3 Posicionando o OMDASG

Em primeiro lugar, é necessário responder à pergunta: como posicionar o modelo em relação à fonte de luz, de acordo com a época do ano na qual se quer explorar o movimento do Sol, por meio de um gnômon?



**Figura 5** - Ilustração esquemática fora de escala da Terra, revolucionando em torno do Sol, representada no equinócio de março (EMa), no solstício de junho (SJu), no equinócio de setembro (ESe) e no solstício de dezembro (SDe).

**Fonte:** adaptado da fig. 7-3 de Oliveira Filho e Saraiva (2014).

Na Figura 5, a Terra é representada em quatro posições sucessivas ao longo do ano, nos equinócios (os dois dias do ano nos quais tem-se 12 horas de Sol acima do Horizonte Local e 12 horas com o Sol abaixo do Horizonte Local, em qualquer lugar do planeta, exceto Polo Sul e Polo Norte, onde haveria um pôr do Sol/nascer do Sol de 24 horas) e nos solstícios, (os dois dias nos quais a duração do dia claro é máxima num dos hemisférios e mínima no outro). As datas aproximadas dos equinócios e dos solstícios podem ser consultadas na Tabela 1.

A “chave” para que este posicionamento seja feito de forma correta é atentar para a posição do eixo de rotação da Terra: nas quatro posições (ou qualquer outra que seja representada) os eixos deverão estar paralelos uns aos outros, de modo a apontar para um mesmo ponto do espaço distante (no hemisfério Norte, este ponto é aproximadamente a posição da estrela polar).

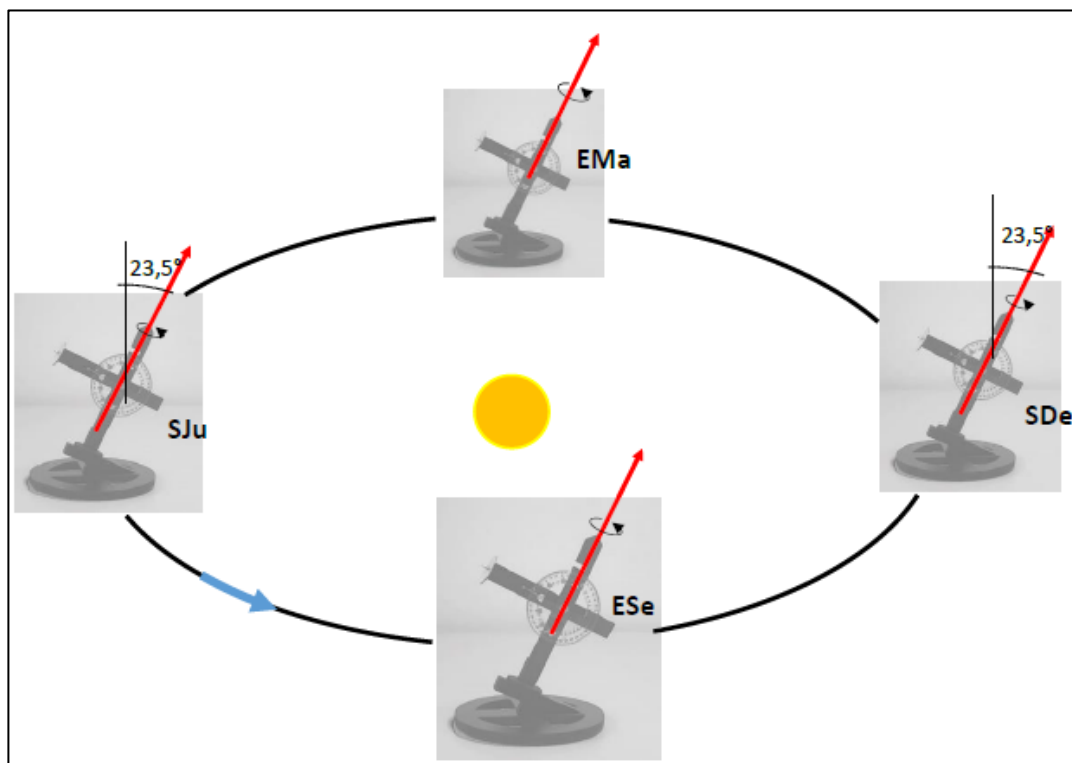
Bem entendido, não há de fato “quatro eixos” trata-se de quatro posições diferentes no espaço de um mesmo eixo. Se for associado a este eixo o vetor velocidade angular de rotação da Terra, este vetor terá sempre o mesmo módulo (a velocidade angular da Terra não varia ao longo do ano), e terá também sempre a mesma direção (coincidente com o eixo de rotação) e sentido (a ponta de uma seta ilustrativa para um hipotético vetor de velocidade angular poderia ser o Polo Norte, e seu início, o Polo Sul). Dito de outra forma, o vetor velocidade angular se desloca em círculo em volta do Sol de tal modo que, nem sua direção, nem seu sentido, e nem seu módulo, se modificam.

<b>Evento</b>	<b>Data aproximada</b>	<b>Hemisfério Sul, estação (início)</b>	<b>Hemisfério Norte, estação (início)</b>
Solstício de Dezembro ( <b>SDe</b> )	21 de dezembro	Verão	Inverno
Equinócio de Março ( <b>EMa</b> )	20 de março	Outono	Primavera
Solstício de Junho ( <b>SJu</b> )	21 de junho	Inverno	Verão
Equinócio de Setembro ( <b>ESe</b> )	22 de setembro	Primavera	Outono

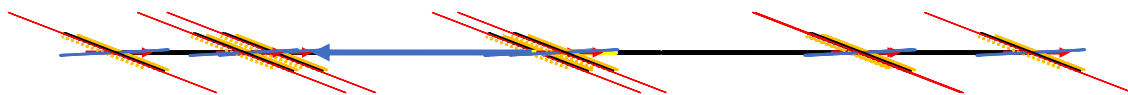
**Tabela 1** - Datas aproximadas dos equinócios e dos solstícios e inícios das estações, no hemisfério Norte e no hemisfério Sul.

**Fonte:** adaptado de Oliveira Filho & Saraiva (2014), p. 43 e seguintes.

Na Figura 6 aparece o modelo (OMDASG) nas quatro posições escolhidas para serem exploradas neste trabalho. Os modelos na Figura 6 são representados, cada um sobre mesas de mesma altura. Numa quinta mesa, na posição (central) ocupada pelo Sol, é colocado o projetor de luz, que será apontado para o modelo na posição que se queira explorar. O tampo destas cinco mesas imaginárias representa o Plano da Eclíptica.



**Figura 6** - Posicionamento do OMDASG no equinócio de março (EMa), no solstício de junho (SJu), no equinócio de setembro (ESe) e no solstício de dezembro (SDe).



**Figura 7** - Imagem adicional para o correto posicionamento do OMDASG, em qualquer posição desejada, ao longo do ano. As setas vermelhas que correspondem ao eixo de rotação da Terra possuem todas uma inclinação de  $23,5^\circ$  em relação plano da eclíptica. Para uma posição entre o EMa e o SJu, por exemplo, o projetor de luz deve ser orientado conforme indica a seta azul.

É claro, o modelo pode ser posicionado em qualquer posição que se queira sobre a circunferência que representa a órbita da Terra em volta do Sol; a condição é sempre a de posicionar o eixo de rotação paralelo a ele mesmo nas posições em que ele foi colocado nas explorações anteriores, ou nas que ele será colocado posteriormente.

Uma sugestão prática é a de tomar como referência de partida o solstício de dezembro (SDe). A Figura 6 mostra o OMDASG nos equinócios e solstícios e a Figura 7 indica como o refletor (iluminador) deve ser apontado para o OMDASG, na posição em que ele for colocado.



## 4 Explorando o OMDASG

Nesta sessão, são propostas explorações didáticas do OMDASG, e para isso foram escolhidos cinco casos específicos, para que o leitor possa compreender plenamente as possibilidades de exploração do modelo (que não se restringem, por certo, aos exemplos aqui apresentados).

É importante destacar que o OMDASG possibilita acompanhar as mudanças na sombra do gnômon tanto em uma perspectiva geocêntrica como para um observador em determinado local na superfície da Terra (perspectiva topocêntrica), que observa a sombra do gnômon na sua localidade. Nos cinco casos, descritos abaixo, as perspectivas geocêntrica e topocêntrica são exploradas para facilitar a compreensão do leitor em relação à formação da sombra do gnômon.

Como ferramenta auxiliar, são também fornecidos três endereços de vídeos no YouTube, produzidos pelos autores, o primeiro deles (<https://youtu.be/3H5evuqJisE>) apresenta os elementos que constituem o modelo e complementa a ideia do posicionamento correto do modelo em diferentes épocas do ano (Figuras 6 e 7). O segundo vídeo (<https://youtu.be/aerxAQxYuPY>), consiste no movimento de modelo, com o modelo posicionado inicialmente no solstício e depois no equinócio, e ajustado para a latitude de  $+30^\circ$ . O terceiro vídeo (<https://youtu.be/AwHerHwNHg0>) utiliza um modelo idêntico ao apresentado neste trabalho, porém acrescido de um mecanismo que o faz rodar, o que facilitou bastante a filmagem. O modelo está ajustado para uma latitude de aproximadamente  $-40^\circ$ , no hemisfério Sul, portanto. É possível ver claramente o gnômon e a projeção de sua sombra, ao longo do que equivaleria a um dia completo (sugere-se visualizar o vídeo ajustando para 0,25 a velocidade da reprodução).

### 4.1 Como varia a sombra de um gnômon, no mesmo dia e hora, ao longo de uma mesma longitude?

Um globo terrestre, ou uma carta, podem ser consultados: a longitude de  $0^\circ$  (o meridiano de Greenwich), tomada aqui apenas como exemplo, passa pelo Reino Unido (mais precisamente a cidade de Londres), pela França, Espanha, Argélia, Mali, Burkina Faso e Gana. É tomado aqui o horário aproximado do meio dia, no solstício de junho (SJú).

A sombra de um gnômon, sempre ao longo da mesma longitude, pode ser vista na Figura 8, nas latitudes de  $-30^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $+30^\circ$  e  $+60^\circ$ . (Lembrando: o disco que representa o plano do horizonte do observador, em cujo centro está o gnômon, deve ser girado de tal modo que a direção do meio dia – a linha vermelha destacada no encarte da Figura 1 – aponte para o eixo de rotação do modelo. Este ajuste deverá ser considerado também em todas as demais explorações, apresentadas a seguir). Como a fonte de luz que representa o Sol é colimada (ver Figura 4), a proporção entre o comprimento das sombras e o comprimento do gnômon é razoavelmente fiel à que um gnômon “real” produziria, nas condições aqui descritas (solstício de junho, sempre ao longo de uma mesma longitude). As sombras do gnômon nos encartes da Figura 8 foram realçadas artificialmente de modo a facilitar a visualização. Também cabe ressaltar que o comprimento da sombra do gnômon é mais curto na latitude  $+30^\circ$  do que nas demais latitudes, pois o Sol, ao meio-dia, está quase a pino nesta latitude. Por outro lado, o comprimento da sombra na latitude

-  $30^\circ$  é a mais longa, pois nesta latitude, ao meio-dia do solstício de junho, o Sol está bem ao norte, mais afastado do zênite do que nas demais latitudes representadas na Figura 8.

Vale destacar algumas particularidades das imagens apresentadas na Figura 8: o disco, que representa o plano do horizonte do observador, aparece mais claro na latitude  $+30^\circ$ , quando comparado com o mesmo disco, na latitude  $-30^\circ$ . Isto se deve ao fato de que com o OMDASG posicionado na ocasião do solstício de junho (SJ<sub>u</sub>), quando o inverno se inicia no hemisfério Sul o verão se inicia no hemisfério Norte. Dessa forma, os discos que correspondem às latitudes  $+30^\circ$  e  $0^\circ$  são mais claros que os demais pelo fato de a luz solar incidir mais próxima à vertical, representada no OMDASG pelo gnômon. Por fim, o leitor perceberá que na latitude  $+30^\circ$  a sombra do gnômon é difícil de ser percebida, pois o Sol é visto bem elevado no céu local (ele estaria precisamente à pino na latitude de  $+23,5^\circ$ , aproximadamente (Bedaque & Bretones, 2020).

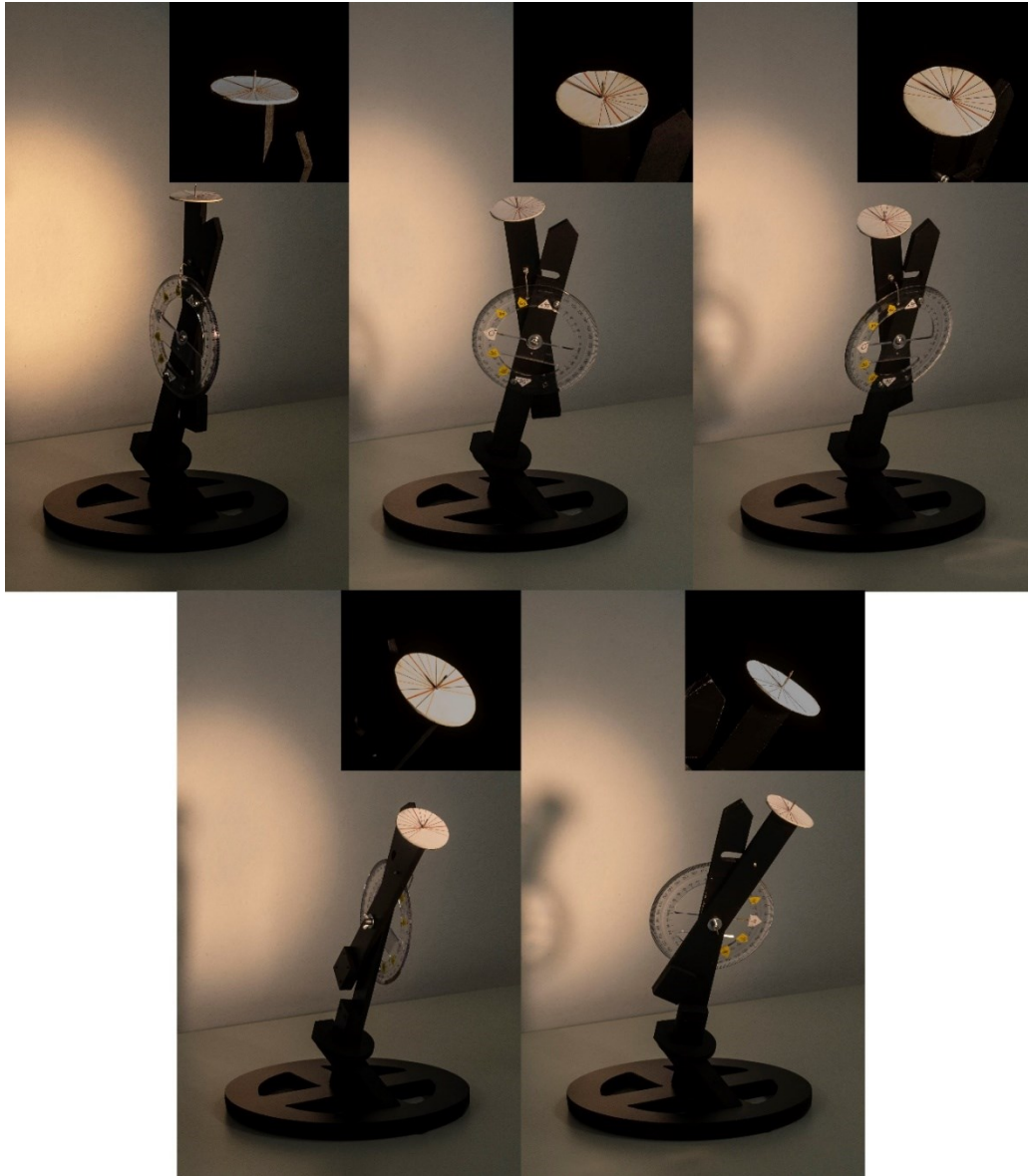
#### **4.2 Duração do dia claro sobre a linha do equador terrestre ao longo do ano**

O OMDASG é ajustado para uma latitude de  $0^\circ$ , o que corresponderá a qualquer local ao longo do Equador Terrestre. A seguir, ele é colocado sucessivamente em cada uma das quatro posições representadas na Figura 5 (iniciando, por exemplo, no solstício de dezembro), e a passagem de um dia completo (24 horas) é simulada, rodando o eixo do modelo de modo a descrever uma volta completa. Ao acompanhar a sombra, será fácil verificar que, durante metade da rotação do modelo em torno de seu eixo, o plano do horizonte permanecerá iluminado; na outra metade, permanecerá no escuro.

Agora, a verificação é repetida, porém colocando o modelo em alguma outra posição (por exemplo, o equinócio de setembro, ou o solstício de junho). A latitude ajustada anteriormente,  $0^\circ$ , é mantida. Uma nova rotação completa em torno do eixo, que equivalerá a um dia, mostrará que, novamente, o plano do horizonte permanecerá iluminado durante uma metade da rotação, e, na outra, permanecerá no escuro. A conclusão é a de que, por exemplo, em Macapá, no Amapá (latitude muito próxima de  $0^\circ$ ) a duração do dia claro é sempre de aproximadamente 12 horas, independentemente da época do ano. Também pode-se verificar que em qualquer posição o menor comprimento da sombra do gnômon ocorre ao meio-dia, na passagem meridiana do Sol, e que nos equinócios não há projeção da sombra do gnômon ao meio-dia, pois o Sol estará à pino.



**Figura 8** - A sombra de um gnômon, numa mesma longitude, na ocasião em que o Sol está cruzando ou se encontra na direção do meridiano desta longitude, isto é, está aproximadamente ao meio dia (ou meio dia solar verdadeiro de fato), mais alto no céu local em diferentes latitudes:  $-30^\circ$  (imagem superior, à esquerda),  $0^\circ$  (imagem superior, direita),  $+30^\circ$  (imagem inferior, à esquerda) e  $+60^\circ$  (imagem inferior, à direita).



**Figura 9** - O OMDASG, posicionado no solstício de junho, a uma latitude de  $70^\circ$ . A imagem superior à esquerda foi tomada com o modelo ajustado para, aproximadamente, meia noite. Nas demais imagens, os horários são quatro horas da manhã (imagem superior, ao centro), seis horas da manhã (imagem superior, à direita), meio dia (imagem inferior, à esquerda), e 18 horas (imagem inferior, à direita).

### 4.3 Duração do dia claro na latitude de $45^\circ$ nos hemisférios Norte e Sul

O leitor agora é “convidado” a se posicionar em Minneapolis (EUA, latitude de  $\approx +45^\circ$ ), ou em Comodoro Rivadavia (Argentina, latitude de  $\approx -45,1^\circ$ ). Como seria a duração do dia claro, nestas duas cidades, ao longo do ano? Para fazer esta exploração com o OMDASG, a latitude é ajustada para  $+45^\circ$ , e o modelo é colocado, como exemplo, na posição correspondente ao solstício de junho (ver Figuras 5 e 6). Ao rodar o modelo (uma volta completa), será bastante fácil perceber que o dia claro dura mais que 12 horas (aproximadamente 15 horas e 30 minutos), em 21 de junho, em Minneapolis. A mesma verificação, com o modelo ajustado para  $-45^\circ$ , mostrará que o dia claro (em Comodoro

Rivadavia, por exemplo), também em 21 de junho, tem uma duração menor, aproximadamente 8 horas e 30 minutos, que é, aproximadamente, 24 horas menos aquela duração do dia claro para Minneapolis no mesmo dia de solstício (i.e. complementar a 24 horas). Convém notar que, quando é verão no hemisfério Norte, é inverno no hemisfério Sul, e, ao meio-dia, o comprimento da sombra do gnômon será menor em Minneapolis do que em Comodoro Rivadavia.

#### 4.4 O “Sol da meia noite”

A latitude do OMDASG é ajustada agora para  $\approx +70^\circ$ , o que corresponderia – por exemplo – à cidade de Trömso, na Noruega. Esta latitude está situada entre a do círculo polar ártico ( $66,33^\circ$ ) e o Polo Norte. O OMDASG é posicionado no solstício de junho (solstício de verão, no hemisfério Norte), e movimentado de modo a executar uma volta completa. É surpreendente: o Sol, na medida em que “entardece”, por volta das 22 h, 23 h, vai se pondo, e quando ele atinge praticamente a linha do horizonte, é meia noite (estes horários correspondem aqueles dados pelo Sol Verdadeiro). Daí o nome, “Sol da meia noite”. Na medida que o tempo passa, o Sol volta a subir, atingindo sua altura máxima exatamente ao meio dia solar verdadeiro, próximo ao meio dia do horário civil, como seria de esperar. Nesta ocasião, a sombra do gnomo será a mais curta de todo o ano. Tudo isso pode ser visualizado de forma bastante convincente no OMDASG. A Figura 9 é uma composição de cinco imagens, às quatro horas da manhã, às seis horas, ao meio dia, às 16 horas e à meia noite, com o modelo posicionado no solstício de junho (novamente, estes horários correspondem aqueles dados pelo Sol Verdadeiro). As sombras do gnômon nos encartes da Figura 9 foram realçadas artificialmente de modo a facilitar a visualização. A imagem à meia noite mostra o disco do plano do horizonte praticamente no escuro; em Trömso, seria perceptível apenas uma tênue luminosidade crepuscular, típica do Sol logo abaixo da linha do horizonte, mas ela não é captada no OMDASG, visto que este é um efeito característico da presença da atmosfera da Terra.

#### 4.5 A duração de um dia claro no Polo Norte

Neste último exemplo, a latitude do OMDASG é ajustada para  $+90^\circ$ . Com isso, a sombra do gnômon se comportará como se este fosse colocado diretamente sobre o polo Norte (o modelo não permite um ajuste de  $-90^\circ$ , mas este não é um impeditivo muito grave, tendo em vista que o comportamento aí seria similar ao do Sol no Polo Norte, seis meses depois. Não seria muito difícil efetuar um segundo entalhe na haste que materializa o eixo de rotação da Terra, permitindo assim o ajuste do disco sobre o polo Sul, mas os autores julgaram que tal providência não teria grande utilidade, tendo em vista que a observação da sombra seria mais difícil, por conta do tampo da mesa, que corresponde ao plano da eclíptica, e sobre o qual repousa o modelo.

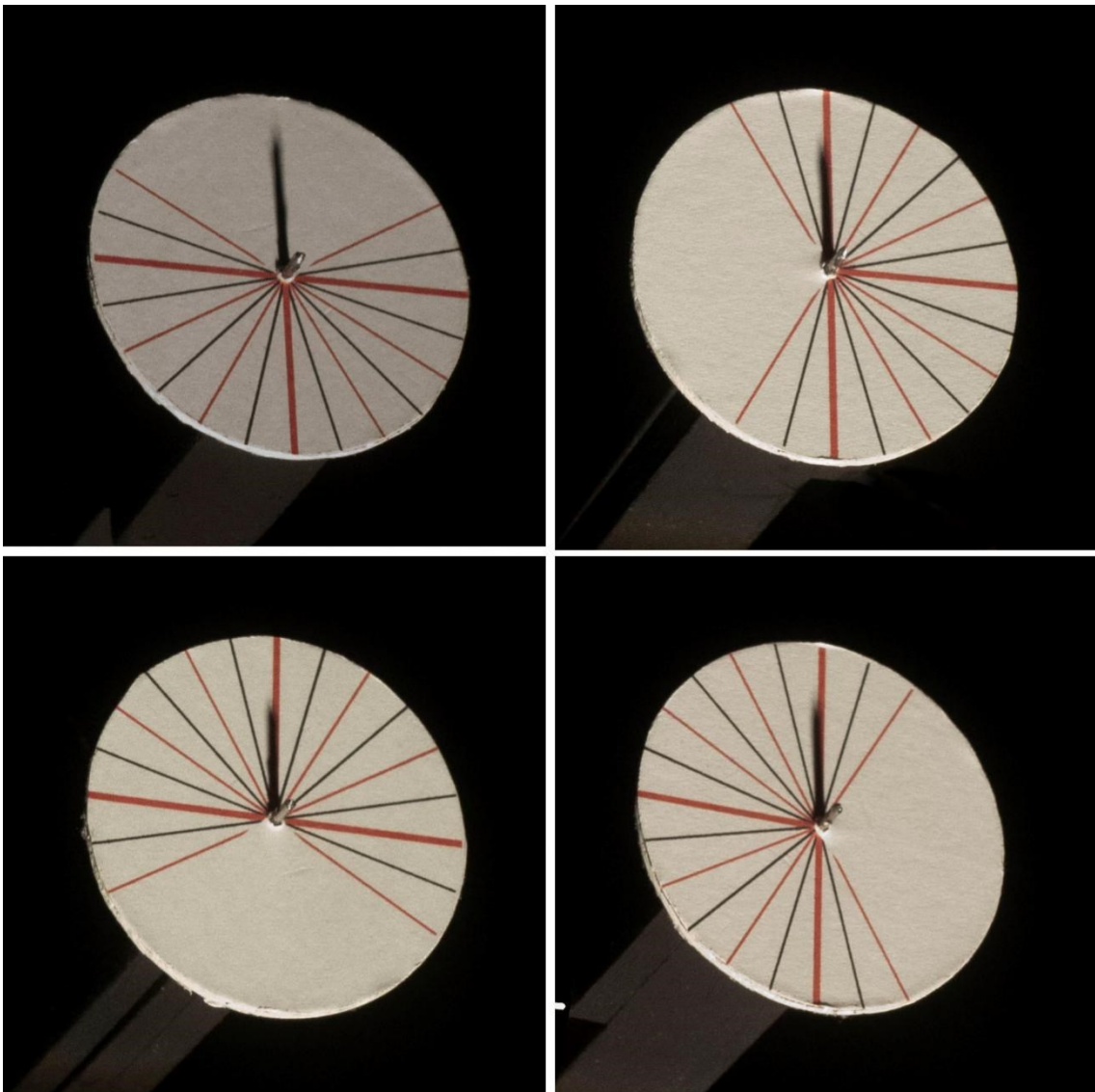
Agora, a sugestão é colocar o OMDASG numa posição intermediária, entre o equinócio de março (EMa) e o solstício de junho (SJU) (Figuras 5, 6 e 7). Como nas outras explorações, sugeridas acima, é necessário ter muita atenção: o eixo de rotação da Terra deve ser sempre posicionado de modo a ficar paralelo a ele mesmo quando ajustado em diferentes posições, como justificado mais acima. Para efetuar o posicionamento correto da Terra na posição sugerida acima (entre o EMa e o SJU) basta imaginar uma linha reta que vai do centro do Sol ao centro da Terra; a fonte de luz (que simula o Sol) deverá então ser apontada ao longo desta linha reta, como na Figura 7. Agora, é imaginado um plano

que contém o vetor velocidade angular da Terra (o eixo de rotação da Terra em torno de seu eixo) nas posições dos equinócios (EDe e EMa). A seguir, um segundo plano é imaginado, paralelo a este, mas que contenha o vetor velocidade angular da Terra na posição sugerida, a meio caminho entre o equinócio de março e o solstício de junho. Então, a linha reta que cruza o centro do Sol e o centro da Terra formará um ângulo de (aproximadamente)  $45^\circ$  com uma seta imaginária, contida neste mesmo plano, e que paralela à linha Terra – Sol, no solstício de junho. A Figura 7 traduz aproximadamente este posicionamento.

Quando o OMDASG é posto a rodar, o resultado é novamente surpreendente: o Sol não se põe, nunca! De fato, o comprimento da sombra será sempre aproximadamente o mesmo ao longo de 24 horas; ela apenas “rodará” em volta do gnômon, como se fosse um ponteiro de relógio (ver as quatro imagens em mosaico, na Figura 10).

Mas, porque o comprimento da sombra é (muito aproximadamente) invariante, ao longo de 24 horas? No Polo Norte (e também no Polo Sul) o gnômon (e a haste que o suporta) fica exatamente no prolongamento do eixo de rotação da Terra em torno de si mesma. Dito de outra forma, a vertical, nos polos, alinha-se com o eixo de rotação da Terra. Então, o plano do horizonte representado no OMDASG pode ser imaginado girando, no sentido anti-horário e em torno de seu centro, no qual está localizado o gnômon. A sombra (para um observador posicionado a uma grande altura em relação ao Polo Norte, que vê algo parecido com o que aparece na Figura 10) apontará sempre (de modo aproximado) na mesma direção, tomando como referencial a linha reta que passa pelos centros da Terra e do Sol, e tem sempre o mesmo comprimento.

Como a sombra do gnômon se comportaria em outras épocas do ano, sempre no Polo Norte? Para responder a esta questão, o OMDASG é colocado – por exemplo – na posição do equinócio de março. Nesta ocasião, o Sol seria visto a “girar” pelo céu na altura do horizonte, sem “subir” nem “descer”. Seria um constante “pôr de Sol”, ou “nascer do Sol”. Na medida que o tempo passa e a Terra revoluciona na direção do solstício de junho, o Sol aparentará descrever um círculo, paralelo ao círculo do horizonte do observador, cada vez mais alto. Este círculo ficará a uma altura angular cada vez maior, sempre paralelo ao círculo do horizonte do observador, até atingir sua altura máxima,  $23,5^\circ$ , aproximadamente, no solstício de junho, que corresponde à passagem da primavera ao verão, no hemisfério Norte. A partir daí o círculo aparente descrito pelo movimento do Sol volta a diminuir de elevação no céu local ou esfera celesta topocêntrica do local, dia após dia, até coincidir (novamente) com o círculo do horizonte do observador, no dia 22 de setembro (sempre de forma aproximada). É a passagem do verão para o outono, sempre no hemisfério Norte. O leitor perceberá, por meio desta descrição, associada à manipulação do OMDASG, que o dia claro, no Polo Norte, dura seis meses! Ou seja, para um observador, no Polo Norte, o Sol nasce no dia 21 de março (equinócio de setembro da primavera boreal) e só voltará a se pôr no dia 21 de setembro (equinócio do outono boreal). Nos meses restantes do ano, será uma (longa!) “noite” no Polo Norte, ou mais precisamente, noite somente quando o centro do Sol estiver a 6 graus abaixo do horizonte considerando a definição de dia ou crepúsculo civil (Silva, Catelli & Giovannini, 2010).



**Figura 10** - No Polo Norte, com a Terra numa posição a meio caminho entre o solstício de dezembro e o equinócio de março, o Sol nunca se põe, como se pode ver pela sombra do gnômon nas quatro imagens em intervalos sucessivos de seis horas.

## 5 Considerações finais

É bem conhecida a impossibilidade da existência de um mapa que represente um território em todos os seus aspectos; o globo terrestre, apesar de conter um grande número de características do que seria o “território” (o próprio planeta Terra), é irremediavelmente limitado em suas representações. Essa limitação, de fato, faz do mapa o que ele é em sua essência: um recorte, no qual se dão os eventos ou aparecem os elementos que se quer estudar. Esta breve digressão permite a elaboração de uma resposta à pergunta: porque, em vez de construir um modelo, tal como o aqui proposto (o OMDASG), não é empregado o globo terrestre, acrescido de um pequeno disco e um gnômon, tal como apresentado na Figura 1? A resposta é: sim, pode-se empregar o próprio

globo, ao executar as explorações aqui propostas. No entanto, uma das vantagens do modelo proposto (ou de qualquer outro modelo que se queira) é de ele ter sido concebido de modo a recriar apenas as características essenciais à exploração desejada: aqui, trata-se de recriar a sombra de um gnômon em qualquer lugar da superfície da Terra, em qualquer época do ano, cujas variações de latitude, por exemplo, são facilitadas pela manipulação do modelo. Assim, um tanto paradoxalmente, o modelo proposto tem seu valor dado em grande parte pelo que ele omite.

A par desta omissão propositada, vista aqui como uma virtude, há também o aspecto do encadeamento de modelos sugerido neste artigo: o OMDASG só “funcionará” efetivamente se for associado a arranjos específicos, o mais importante dos quais diz respeito aos sucessivos posicionamentos do OMDASG ao longo de uma revolução completa – um ano – posicionamentos estes que devem respeitar a invariância do vetor velocidade angular do movimento de rotação da Terra em torno dela mesma, como apontado (até um tanto exaustivamente) nas Figuras 5, 6 e 7.

Um segundo destaque, que emana desta vez da didática, pode ser dado à necessidade inescapável de, ao ensinar, manipular representações tridimensionais. Por certo, representações bidimensionais de um problema tridimensional por natureza, qual seja, a recriação da sombra de um gnômon em termos de espaço e tempo (em qualquer lugar, em qualquer época) são úteis, e mesmo, imprescindíveis. Mas, é possível entender por completo soluções de problemas tridimensionais apenas manipulando representações bidimensionais? Uma resposta afirmativa, no âmbito da didática, seria, no mínimo, polêmica. Nesta linha, o trabalho aqui proposto visa, entre outras coisas, à conquista de uma maior familiaridade com representações tridimensionais, através da possibilidade de manipulação, por parte dos estudantes, de objetos – modelo didáticos analógicos. Para concluir este segundo destaque, cabe ressaltar que a defesa do emprego de modelos analógicos, feita aqui, não é excludente, no sentido que a estratégia seria a de usar – exclusivamente – materiais concretos. Não é esta a ideia, tanto que o aspecto do encadeamento de diferentes modelos, como destacado acima, abre caminho para o uso dos mais variados recursos, alguns deles representações bidimensionais de fenômenos tridimensionais: figuras, animações, projeções, aplicativos, entre outros.

Uma das contribuições mais relevantes deste trabalho é seguramente a de propiciar uma compreensão mais profunda, por parte dos estudantes e professores envolvidos, das diferentes durações do dia claro, ao longo do ano, em diferentes locais. Este terceiro destaque que aqui é feito deve-se à dificuldade de perceber que praticamente tudo o que é aqui explorado tem como ponto de partida a inclinação do eixo de rotação da Terra em relação ao plano da eclíptica. É interessante debater com os estudantes como os resultados da exploração proposta neste artigo seria modificada se o eixo de rotação da Terra fosse perpendicular ao Plano da Eclíptica. A duração do dia claro, em qualquer lugar do planeta, e em qualquer época do ano, seria – sempre – de doze horas; a exploração aqui proposta perderia certamente sua razão de ser.

Um quarto aspecto a destacar é o caráter exploratório de atividades baseadas no OMDASG. O leitor interessado, que se dê ao trabalho de construir o modelo aqui proposto e explorar suas possibilidades, certamente quererá recriar algumas das cinco explorações aqui sugeridas. Entretanto, há muitas outras possibilidades, que incluem a formulação clara de uma pergunta, e a obtenção (em alguns casos quase imediata) de uma resposta. Um exemplo de uma destas possibilidades é a pergunta feita por um estudante,



certamente motivada por enredos de filmes de aventura: é possível entender, com este modelo, porque o Sol, apenas uma vez por ano, passa pelo portal de um templo e ilumina um altar, no fundo dele? É deixada a cargo do leitor a formulação de uma resposta convincente, resposta esta que pode ser construída a partir da manipulação do OMDASG.

Por fim, como quinto e último destaque, ressalta-se a consonância entre as estratégias aqui propostas e as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes preconizadas pela BNCC (Brasil, 2018). Listam-se aqui, de forma resumida, as habilidades previstas e os respectivos anos do Ensino Fundamental nos quais elas são indicadas. No segundo ano, a BNCC sugere a descrição das posições do Sol em diversos horários do dia, e sua associação com o tamanho da sombra de um gnômon. No terceiro ano, a identificação de características da Terra (formato esférico, e outras) é indicada, bem como a manipulação de mapas, globos, etc. No quarto ano, novamente a sombra de um gnômon é associada à identificação dos pontos cardeais. No quinto ano, é prevista a associação do movimento diário aparente do Sol na Esfera Celeste Topocêntrica com o movimento de rotação da Terra. O leitor perceberá que o modelo proposto neste trabalho certamente apresenta muitas virtudes, com base nas proposições da BNCC destacadas acima.

Já no sexto ano, uma habilidade proposta na BNCC se enquadra de forma integral na proposta deste trabalho: *“Inferir que as mudanças na sombra de uma vara (gnômon) ao longo do dia em diferentes períodos do ano são uma evidência dos movimentos relativos entre a Terra e o Sol, que podem ser explicados por meio dos movimentos de rotação e translação da Terra e da inclinação de seu eixo de rotação em relação ao plano de sua órbita em torno do Sol”*. (habilidade EF06CI14). Ora, percebe-se ao longo do trabalho aqui apresentado, que esta não é – de modo nenhum – uma tarefa trivial. Mas é uma meta alcançável, pensando é claro a partir da perspectiva de um estudante do Ensino Fundamental.

Concluindo este quinto destaque, é transcrita aqui mais uma habilidade, listada pela BNCC para o oitavo ano do Ensino Fundamental, e que guarda mais uma vez relação direta com este trabalho: *“Representar os movimentos de rotação e translação da Terra e analisar o papel da inclinação do eixo de rotação da Terra em relação à sua órbita na ocorrência das estações do ano, com a utilização de modelos tridimensionais”*. (habilidade EF08CI13). Nesta habilidade, há, em especial, dois aspectos que foram bastante enfatizados neste trabalho: a inclinação do eixo de rotação da Terra e a utilização de modelos tridimensionais.

Este trabalho, acreditam os autores, pode contribuir de forma significativa na interpretação do movimento do Sol a partir da sombra de um gnômon, como indica a BNCC. Desde que não se perca de vista que a estrutura conceitual que – pretende-se – os estudantes adquiram, venha de forma gradual e progressiva, como pode ser percebido ao ter contato com as habilidades listadas acima, e que se referem a diferentes anos do Ensino Fundamental. O OMDASG pode ser explorado de modo a contemplar este aspecto processual, inserindo-o em diferentes ocasiões ao longo dos anos do Ensino Fundamental. E, adicionalmente, talvez seja possível passar, pelo menos em parte, do “processo de ensinar” para o “processo de investigar”: para Yves Chevallard (Chevallard, 2000, p. 76), no processo de ensinar “[...] os problemas não são o motor da progressão”. Seria demais esperar que, ao longo do “processo de aprender”, os estudantes pudessem por eles mesmos elaborar e resolver problemas acerca dos movimentos aparentes do Sol na Esfera

Celeste? Os autores acreditam que a exploração do OMDASG por parte dos estudantes, leve-os – potencialmente – a esta realização.

## Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores da RELEA pelas valiosas contribuições ao texto e ao CNPq pelo apoio financeiro através da chamada MCTIC/CNPq N° 05/2019 – Programa Ciência na Escola – Ensino de Ciências na Educação Básica.

## Referências

- Bedaque, P. & Bretones, P. S. (2020). Variação da posição de nascimento do Sol em função da latitude. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 38(3), e3307. Recuperado em 14 set., 2022, de [www.scielo.br/j/rbef/a/7KxmyjMBkxw5DRTqMWd9GJR/?format=pdf&lang=pt](http://www.scielo.br/j/rbef/a/7KxmyjMBkxw5DRTqMWd9GJR/?format=pdf&lang=pt)
- Brasil. Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília. Recuperado em 13 set., 2022, de [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)
- Catelli, F. (1999). *O Alvorecer da Medida: Uma Gênese Virtual*. Caxias do Sul: EDUCS.
- Chevallard, Y. (2000). *La Transposición Didáctica. Del Saber Sabio al Saber Enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Oliveira Filho, K. S. & Saraiva, M. F. O. (2014). *Astronomia e Astrofísica*. Porto Alegre: IF – UFRGS. Recuperado em 14 set., 2022, de <http://astro.if.ufrgs.br/livro.pdf>
- Silva, F. S. & Catelli, F. (2019). Os modelos na ciência: traços da evolução histórico-epistemológica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 41(4), e20190029. Recuperado em 14 set., 2022, de [www.scielo.br/j/rbef/a/Tppttn4TXLkh9STzkrGVFKb/?format=pdf](http://www.scielo.br/j/rbef/a/Tppttn4TXLkh9STzkrGVFKb/?format=pdf)
- Silva, F. S. & Catelli, F. (2020). Os modelos no Ensino de Ciências: reações de estudantes ao utilizar um objeto-modelo mecânico concreto analógico didático (OMMCAD). *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 42, e20190248. Recuperado em 14 set., 2022, de [www.scielo.br/j/rbef/a/7crP8QRsn636rMxVp3VHVtk/?format=pdf](http://www.scielo.br/j/rbef/a/7crP8QRsn636rMxVp3VHVtk/?format=pdf)
- Silva, F. S. (2011). *Objetos-modelo no ensino de astronomia e o processo da transposição didática*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul. Recuperado em 14 set., 2022, de <https://repositorio.ucs.br/xmlui/handle/11338/422>
- Silva, F. S., Catelli, F. & Dutra, C. M. (2021). Geometria solar na escola: uma prática com cartas solares. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 43, e20200520. Recuperado em 14 set., 2022, de [www.scielo.br/j/rbef/a/vXZRYbGq8kcnz9KbRVNfMkC/?format=pdf](http://www.scielo.br/j/rbef/a/vXZRYbGq8kcnz9KbRVNfMkC/?format=pdf)

Silva, F. S., Catelli, F. & Giovannini, O. (2010). Um modelo para o movimento anual aparente do sol a partir de uma perspectiva geocêntrica. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 27(1), 7-25. Recuperado em 14 set., 2022, de <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2010v27n1p7/12380>

---

Artigo recebido em 15/09/2022.  
Aceito em 01/02/2023.