


UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PRÁTICA PARA O ENSINO DE ASTRONOMIA: DETERMINAÇÃO DA LATITUDE LOCAL COM UM SEXTANTE PRODUZIDO EM UMA IMPRESSORA 3D

 Thiago Costa Caetano ¹
 Camila Cardoso Moreira ²

Resumo: As contribuições que a Astronomia pode oferecer para o Ensino de Ciências têm sido apontadas na literatura há tempos. Por se tratar de uma área altamente interdisciplinar e fazer parte do cotidiano, a Astronomia tem potencial para desempenhar um papel integrador do conhecimento. Além disso contribui para aproximar os estudantes de procedimentos investigativos e de práticas observacionais do céu. Nesse contexto, este trabalho descreve a construção de um sextante com desenho altazimutal, produzido com auxílio de uma impressora 3D, cuja concepção foi motivada por uma atividade prática realizada com estudantes de licenciatura de uma universidade pública brasileira durante uma disciplina introdutória de Astronomia – todos os arquivos necessários para a reprodução do instrumento estão disponíveis gratuitamente para download. A atividade consiste na determinação da latitude local e a construção teórica relativa à análise do problema é apresentada em detalhes. Uma abordagem alternativa, adequada para a Educação Básica, é apresentada fazendo uma relação com a BNCC. Percebe-se que os procedimentos dessa abordagem apresentam consonância com os objetivos preconizados pelas diretrizes curriculares, o que evidencia o seu potencial didático. Um quadro-sumário contendo as fases, subfases e sugestões de tópicos que podem ser tratados foi construído a partir da análise da atividade.

Palavras-chave: Educação em Astronomia, Construção de um sextante, Determinação da latitude.

UNA PROPUESTA DE ACTIVIDAD PRÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA ASTRONOMÍA: DETERMINACIÓN DE LA LATITUD LOCAL CON UN SEXTANTE PRODUCIDO CON UNA IMPRESORA 3D

Resumen: Los aportes que la Astronomía puede ofrecer a la Enseñanza de las Ciencias han sido señalados en la literatura desde hace mucho tiempo. Por ser un área altamente interdisciplinar y parte de la vida cotidiana, la Astronomía tiene un potencial para desempeñar un papel integrador en el conocimiento. También ayuda a acercar a los estudiantes a los procedimientos de investigación y prácticas de observación del cielo. En este contexto, este trabajo describe la construcción de un sextante con diseño altazimutal, producido con la ayuda de una impresora 3D, cuya concepción fue motivada por una actividad práctica realizada con estudiantes de pregrado de una universidad pública brasileña durante un curso de introducción a la Astronomía – todos los archivos necesarios para la reproducción del instrumento están disponibles gratuitamente para su descarga en varios formatos. La actividad consiste en determinar la latitud local y se presenta en detalle la construcción teórica relacionada con el análisis del problema. Se presenta un enfoque alternativo, adecuado para la Educación Básica, haciendo relación con los temas encontrados en la BNCC. Se nota que los procedimientos de este enfoque presentan consonancia con los objetivos recomendados por las orientaciones curriculares, lo que muestra su potencial didáctico. A partir del análisis de la

¹Instituto de Física e Química, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil. E-mail: tccaetano@unifei.edu.br

²Bhadram Soluções Educacionais, E-mail: camila.bhadram@gmail.com

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

actividad se construyó un cuadro resumen que contiene las fases, subfases y sugerencias de temas que se pueden tratar.

Palabras clave: Educación en Astronomía, Construcción de un sextante, Determinación de latitud.

A PROPOSAL OF A PRACTICAL ACTIVITY FOR ASTRONOMY EDUCATION: DETERMINING THE LOCAL LATITUDE WITH A 3D-PRINTED SEXTANT

Abstract: The contributions that Astronomy may offer to science teaching have been pointed out in the literature for a long time. For being a highly interdisciplinary field and being present in the quotidian, Astronomy exhibits the potential of acting as a knowledge-integrating agent. Besides, it contributes to bringing students closer to scientific investigative procedures and to observational practice. In this sense, this work describes the construction of an altazimuthal sextant built with the help of a 3D printer, whose conception was motivated by a practical activity carried out with students of a physics teacher's practice course at a Brazilian public university during an introductory course of Astronomy— all files required for the reproduction of the instrument are freely available. The activity consists of determining the local latitude and the theoretical basis concerning the problem is presented in this work. An alternative approach, more suitable for basic education, is presented establishing a link with the BNCC. It is possible to notice that the procedures in this alternative method are in agreement with the aims found in that document, which makes evident its didactical potential. A summary table is presented with the phases, sub-phases, and suggestions on the topics that the teacher might address.

Keywords: Astronomy education, building a sextant, latitude determination.

1 Introdução

Diversos trabalhos apontam a importância da Astronomia para o ensino de ciências, como é o caso dos trabalhos de Nussbaum (1995), Tignanelli (1998), Townsend (1998), Leite e Hosoume (1999), Leite (2002), Langhi (2004), Langhi e Nardi (2014) e Peixoto (2018). De acordo com o estudo realizado por Langhi e Nardi (*Op. cit.*), as pesquisas brasileiras apontam como principais justificativas para o ensino de Astronomia o fato de que essa ciência contribui para que sejam trabalhados conteúdos referentes à história e à filosofia da ciência no ensino, bem como o fato de que favorece abordagens com enfoque CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade). Ainda segundo os autores, o ensino de Astronomia: i) promove a elaboração de atividades experimentais e a prática de observação do céu; ii) é altamente interdisciplinar e o tema é motivador; iii) possui potencial para promover a interação com a comunidade de astrônomos profissionais e espaços não-formais de ensino; iv) é preconizado pelas diretrizes curriculares e v) é necessário, levando-se em conta a presença de erros conceituais e falhas nos livros didáticos, as concepções alternativas em professores e alunos e a baixa popularização dessa ciência – ou da ciência, de modo geral. O aspecto interdisciplinar da Astronomia é certamente uma característica que se sobressai e também é citado por Peixoto quando afirma que se “a Astronomia é parte do nosso cotidiano, poderíamos utilizá-la como integradora de saberes, propiciando ao ensino de ciências momentos interdisciplinares” (*Op. cit.*, p. 50).

Por todas as razões mencionadas, mas especialmente pelo fato de que a Astronomia está sempre presente nas diretrizes curriculares, é imprescindível que esse conteúdo faça parte dos programas de formação de professores. Pensando nisso, no ano de 2007 foi criada a disciplina

intitulada “Conceitos de Astronomia” e integrada à matriz curricular do curso de licenciatura em Física da Universidade Federal de Itajubá (Unifei) – MG. No início se tratava de uma disciplina com 32 horas-aula e sua sigla era AST926. Com a implementação da nova matriz curricular em 2016, a disciplina passou a ter a sigla AST929 e uma carga horária total de 64 horas-aula, sendo que 50% dessa carga era oferecida na modalidade EaD. Naquele momento, a mudança foi parte da reforma curricular que ocorreu em consequência das discussões que existiram em torno da Resolução 2/2015 aprovada pelo Conselho Nacional de Educação – CNE – em 9 de junho de 2015, a qual ampliava a carga horária dos cursos de formação inicial dos profissionais do magistério da Educação Básica. A carga horária da disciplina foi novamente ampliada quando da implementação da matriz curricular de 2022, passando a ter a sigla AST001 e uma carga horária de 96 horas-aula, permanecendo um terço dessa carga sendo oferecida no regime EaD.

A disciplina está inserida no primeiro período do curso e, portanto, foi decidido que deveria apresentar um caráter predominantemente conceitual, tendo em vista principalmente dois fatores: i) a disciplina tem como objetivo prover um panorama da área, abordando desde astronomia antiga, modelos de mundo, evolução estelar, galáxias, até a cosmologia. Evidentemente, trata-se de uma ementa bastante densa e apenas um semestre não é tempo suficiente para que os tópicos sejam minuciosamente discutidos; ii) os estudantes encontram-se no início do curso e ainda não possuem familiaridade com muitas das ferramentas que seriam necessárias para compreenderem o formalismo por trás de abordagens mais aprofundadas. Além disso, é preciso levar em consideração que esses estudantes passam por uma fase de adaptação ao ensino superior, um período de transição, de forma que deve-se ponderar com muito cuidado o volume de informações e de trabalho, o nível de formalismo e de aprofundamento que serão empregados. Idealizou-se ainda que a disciplina deveria valer-se de variadas estratégias de ensino, com especial ênfase na sua componente prática.

A ideia deste trabalho surgiu a partir de uma das atividades práticas realizadas na disciplina, a qual consiste na determinação da latitude a partir de observações do céu. Normalmente a determinação é realizada a partir de dados coletados com um sextante rudimentar de baixo custo, como aquele que é apresentado por Rosado e Mota (2015), e um transferidor calibrado a partir da linha norte-sul. Entretanto, no ano de 2022, a atividade foi desenvolvida com auxílio de um “sextante” aprimorado, concebido, projetado e produzido em uma impressora 3D. Na verdade, a funcionalidade do instrumento excede aquela de um sextante convencional, pois foi integrado a ele uma escala que permite obter também medidas para a coordenada azimute. Neste trabalho são apresentados os detalhes do projeto do instrumento e são fornecidas as informações para a obtenção dos arquivos para reprodução – projetos CAD, arquivos para impressora 3D e manual com parâmetros de impressão. Todo o material está disponível gratuitamente online (ver Tabela 2).

Inicialmente apresentamos alguns conceitos de Astronomia que são importantes para facilitar a compreensão do método que é empregado na determinação da latitude. Dando prosseguimento, discutimos a formulação teórica e procedemos à verificação do método utilizando dados teóricos obtidos para a estrela Antares, nas noites de 15 e 16 de maio de 2022, considerando o sistema de referência de um observador localizado no hemisfério sul, aproximadamente no sudeste brasileiro. Em seguida é feita a apresentação do instrumento em termos dos seus componentes e são descritos os procedimentos de montagem. Uma abordagem

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

possível para a Educação Básica é apresentada na sequência, fazendo relação entre as atividades que a compõem e os objetivos encontrados na Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Por fim, tecemos algumas considerações sobre o contexto em que o instrumento foi concebido, suas limitações e potenciais do ponto de vista do ensino.

2 Alguns conceitos de Astronomia

O primeiro conceito útil para que os estudantes possam compreender a atividade proposta neste trabalho, além de ser um conceito fundamental em Astronomia, refere-se à **esfera celeste**. O termo remonta à Astronomia antiga, muitos séculos antes de Cristo, quando ainda predominava a ideia de um Universo geocêntrico e a própria geometria da Terra ainda era alvo de debates.

O conceito consiste em uma esfera concêntrica ao globo terrestre na superfície da qual as estrelas encontram-se fixas. A esfera parece se deslocar como um corpo rígido, causando o **movimento aparente** dos astros, o qual é possível testemunhar diariamente. Os planetas ocupariam órbitas internas a essa esfera e isso explicaria o porquê de possuírem movimentos peculiares – daí a razão de terem recebido esse nome. A palavra planeta é proveniente do grego *planétes* (πλανήτης), que quer dizer viajante, que caminha sem destino, transeunte.

A Figura 1 mostra uma representação da esfera celeste. O **equador celeste** é definido pela interseção do plano do equador terrestre com a esfera celeste, ou seja, o equador terrestre e o equador celeste são coplanares por construção. Esse plano divide a esfera celeste em dois hemisférios, o **hemisfério norte celeste** (HNC) e o **hemisfério sul celeste** (HSC). A interseção do eixo de rotação da Terra com a esfera celeste define dois pontos, o **polo norte celeste** (PNC) e o **polo sul celeste** (PSC). Quando vista a partir do PNC, a esfera celeste apresenta rotação no sentido horário – contrário ao sentido do movimento de rotação da Terra.

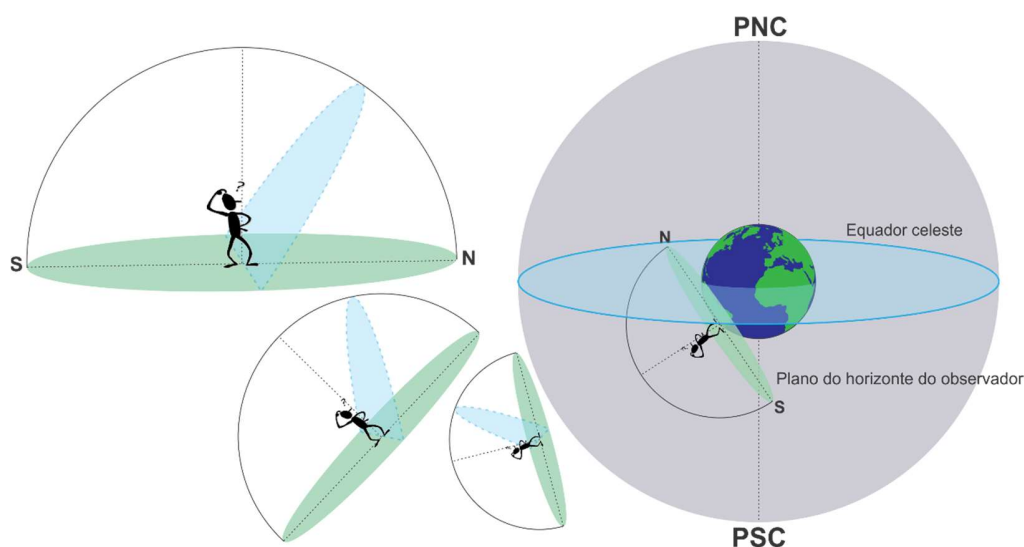


Figura 1 – Representação da esfera celeste contendo o plano do horizonte para um observador localizado no hemisfério sul, próximo à região do Trópico de Capricórnio, na América do Sul. A interseção do equador celeste com o hemisfério celeste observável (HCO) é mostrada em detalhes. As siglas PNC e PSC significam, respectivamente, polo norte celeste e polo sul celeste.

Fonte – autoria própria.

Um observador no hemisfério sul está representado na figura, localizado próximo à região do Trópico de Capricórnio, na América do Sul. Alguns elementos relevantes para o observador também estão indicados, como é o caso das direções norte e sul e o plano do horizonte, ou **plano do horizonte do observador**. O céu que pode ser visto por ele corresponde à porção da esfera celeste que se encontra acima do plano do horizonte do observador. Não fossem as distorções inevitáveis na escala da figura, seria possível perceber imediatamente que essa porção é equivalente à metade da esfera celeste. Contudo, visando a clareza da ilustração, a dimensão da Terra está exagerada. Portanto, é necessário imaginar que ela, na verdade, é apenas um ponto no centro da esfera e assim ficará evidente o que acaba de ser dito. Iremos nos referir ao céu que pode ser visto pelo observador como **hemisfério celeste observável (HCO)**. É evidente que o HCO depende de onde o observador está situado no globo terrestre e também do instante em que a observação é feita, visto que observador e esfera celeste estão em movimento relativo.

Na Figura 1, note como o equador celeste intersecciona o HCO do observador. Do ponto de vista dele, o plano do equador celeste está inclinado na direção norte e é fácil perceber que esse ângulo depende da latitude em que ele se encontra. O ângulo a que nos referimos é o menor ângulo entre o plano do equador celeste e o segmento de reta que vai desde o observador até o **zênite** (ponto mais alto no HCO) – um segmento de reta vertical que passa pelo observador. Se ele estivesse exatamente sobre o equador da Terra, esse ângulo seria nulo. Se estivesse sobre um dos polos, o equador celeste seria coincidente com o seu plano do horizonte do observador. Para uma latitude qualquer, esse ângulo é equivalente à latitude, em módulo, porém com sinal

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

oposto. Isto é, o plano do equador celeste tem inclinação para o norte quando estamos no hemisfério sul da Terra e vice-versa.

O mesmo comportamento pode ser observado com relação à trajetória aparente de um astro. A Figura 2 mostra com detalhes o HCO do observador da Figura 1 contendo as trajetórias aparentes de duas estrelas hipotéticas. Note como cada uma delas determina um plano que é paralelo ao plano do equador celeste. Isso é lógico, pois o eixo de rotação da esfera celeste é ortogonal a esse plano e, como as estrelas supostamente estão fixas na superfície da esfera, elas descrevem circunferências em planos sempre ortogonais ao eixo de rotação, portanto paralelos entre si. Significa que, para determinar a inclinação do equador celeste basta escolher um astro e determinar a inclinação do plano que contém a sua trajetória. Como mencionado, esse ângulo depende da localização do observador, de forma que se tem um método para a determinação da latitude.

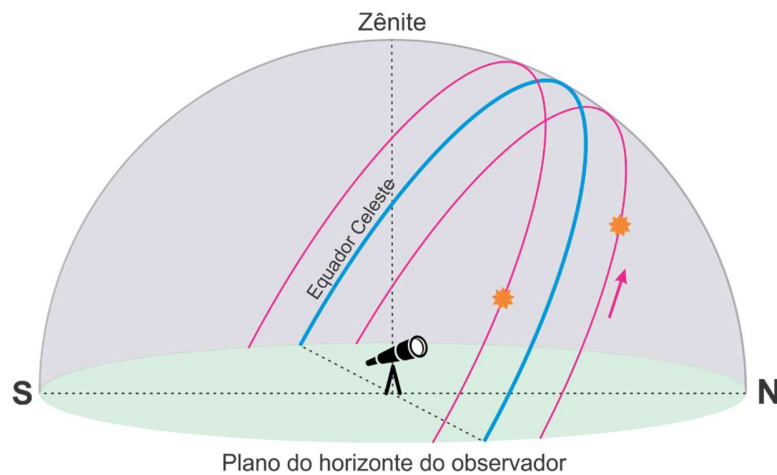


Figura 2 –Hemisfério celeste observável (HCO) para o observador da Figura 1, trajetória aparente de dois objetos e o plano do equador celeste.

Fonte – autoria própria.

3 Determinação da latitude: princípios teóricos

Uma das formas de se obter o ângulo de inclinação do plano que contém a trajetória aparente de um astro é com base na direção do vetor normal a este plano. A obtenção desse vetor, por sua vez, pode ser feita a partir do produto vetorial de dois vetores no plano, cuja determinação requer que sejam conhecidas as coordenadas de três pontos da trajetória. Uma forma de obter essas informações é através de medição direta. Nesse caso, para conferir maior precisão às determinações, é recomendado que as medidas sejam feitas com intervalos de ao menos uma hora. Mas o ideal é que estejam igualmente espaçadas e distribuídas ao longo de toda a noite. O instrumento para a realização das medidas será apresentado mais adiante.

As coordenadas da estrela são obtidas no **sistema local**, ou **sistema horizontal de coordenadas**. Esse sistema consiste em duas coordenadas esféricas denominadas azimute e elevação (ou altura) e representadas, respectivamente, por A e H. A primeira corresponde ao ângulo medido sobre o plano do horizonte do observador, a partir do norte, em direção ao leste – sentido horário quando o plano do horizonte do observador é visto a partir do zênite. O azimute pode assumir valores no intervalo de 0 a 360 graus. Conforme mostra a **Figura 3**, essa coordenada corresponde ao ângulo implícito entre os segmentos \overline{ON} e \overline{OP} , sendo que o último é a projeção do vetor \vec{r}_i sobre o plano do horizonte do observador (ilustrado na Figura 3 para o caso $i = 1$). Por sua vez, a altura representa o ângulo subtendido entre o plano do observador e o vetor \vec{r}_i e vai de 0 a 90 graus, sendo que o valor máximo ocorre para um objeto localizado no zênite.

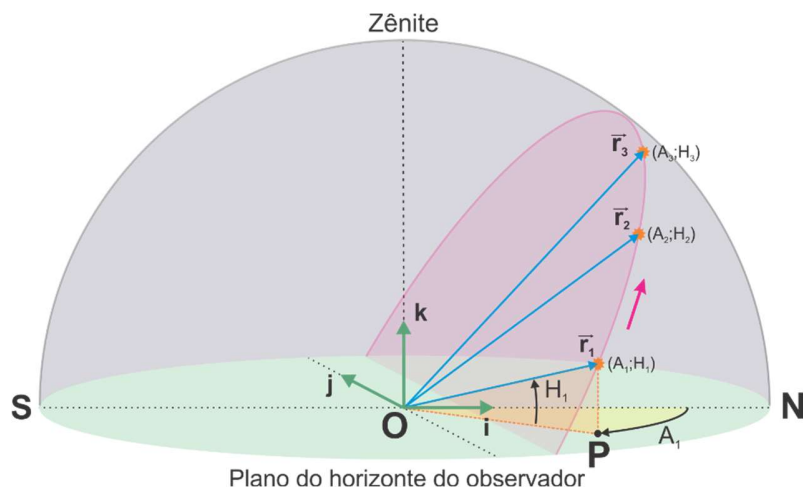


Figura 3 – Hemisfério celeste observável (HCO) para o observador da **Figura 1**. Estão indicadas a trajetória aparente de uma estrela e as posições do objeto em três momentos diferentes. As coordenadas horizontais para o primeiro momento também estão indicadas na figura.

Fonte – autoria própria.

Dado um par ordenado $(A_i; H_i)$, o vetor \vec{r}_i que localiza o astro, expresso em coordenadas cartesianas segundo a base canônica representada na **Figura 3**, é dado por

$$\vec{r}_i = \cos H_i \cos A_i \hat{i} - \cos H_i \sin A_i \hat{j} + \sin H_i \hat{k} \quad (1)$$

É possível notar que \vec{r}_i é unitário. Conforme Figura 3, dois vetores linearmente independentes pertencentes ao plano da trajetória aparente do astro são $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ e $\vec{r}_3 - \vec{r}_1$, em que

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (\cos H_2 \cos A_2 - \cos H_1 \cos A_1) \hat{i} - (\cos H_2 \sin A_2 - \cos H_1 \sin A_1) \hat{j} + (\sin H_2 - \sin H_1) \hat{k} \quad (2)$$

$$\vec{r}_3 - \vec{r}_1 = (\cos H_3 \cos A_3 - \cos H_1 \cos A_1) \hat{i} - (\cos H_3 \sin A_3 - \cos H_1 \sin A_1) \hat{j} + (\sin H_3 - \sin H_1) \hat{k} \quad (3)$$

e um vetor \vec{r}_n normal ao plano é dado pelo produto vetorial

$$\vec{r}_n = \vec{r}_3 - \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (4)$$

Na forma matricial, temos

$$\vec{r}_n = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos H_3 \cos A_3 - \cos H_1 \cos A_1 & -(\cos H_3 \sin A_3 - \cos H_1 \sin A_1) & \sin H_3 - \sin H_1 \\ \cos H_2 \cos A_2 - \cos H_1 \cos A_1 & -(\cos H_2 \sin A_2 - \cos H_1 \sin A_1) & \sin H_2 - \sin H_1 \end{vmatrix} \quad (5)$$

O determinante da matriz acima fornece

$$\vec{r}_n = [-(\cos H_3 \sin A_3 - \cos H_1 \sin A_1)(\sin H_2 - \sin H_1) + (\cos H_2 \sin A_2 - \cos H_1 \sin A_1)(\sin H_3 - \sin H_1)] \hat{i} + [(\cos H_2 \cos A_2 - \cos H_1 \cos A_1)(\sin H_3 - \sin H_1) - (\cos H_3 \cos A_3 - \cos H_1 \cos A_1)(\sin H_2 - \sin H_1)] \hat{j} + [-(\cos H_3 \cos A_3 - \cos H_1 \cos A_1)(\cos H_2 \sin A_2 - \cos H_1 \sin A_1) + (\cos H_3 \sin A_3 - \cos H_1 \sin A_1)(\cos H_2 \cos A_2 - \cos H_1 \cos A_1)] \hat{k} \quad (6)$$

ou, quando escrito em termos das suas componentes cartesianas:

$$r_{nx} = (\cos H_2 \sin A_2 - \cos H_1 \sin A_1)(\sin H_3 - \sin H_1) - (\cos H_3 \sin A_3 - \cos H_1 \sin A_1)(\sin H_2 - \sin H_1) \quad (7)$$

$$r_{ny} = (\cos H_2 \cos A_2 - \cos H_1 \cos A_1)(\sin H_3 - \sin H_1) - (\cos H_3 \cos A_3 - \cos H_1 \cos A_1)(\sin H_2 - \sin H_1) \quad (8)$$

$$r_{nz} = (\cos H_3 \sin A_3 - \cos H_1 \sin A_1)(\cos H_2 \cos A_2 - \cos H_1 \cos A_1) - (\cos H_3 \cos A_3 - \cos H_1 \cos A_1)(\cos H_2 \sin A_2 - \cos H_1 \sin A_1) \quad (9)$$

A ordem dos fatores no produto vetorial da Equação 3 foi escolhida de tal forma que a componente do vetor normal na direção de \hat{i} é positiva, ou seja, aponta para a direção norte. Dessa forma, o ângulo entre o vetor \vec{r}_n e o vetor \hat{i} corresponde ao módulo da latitude, conforme

pode ser inferido a partir da Figura 4. O sinal será negativo se o plano da trajetória estiver inclinado para o norte e vice-versa. Utilizando a definição de produto escalar, temos

$$\vec{r}_n \cdot \hat{i} = |\vec{r}_n| |\hat{i}| \cos\varphi \quad (10)$$

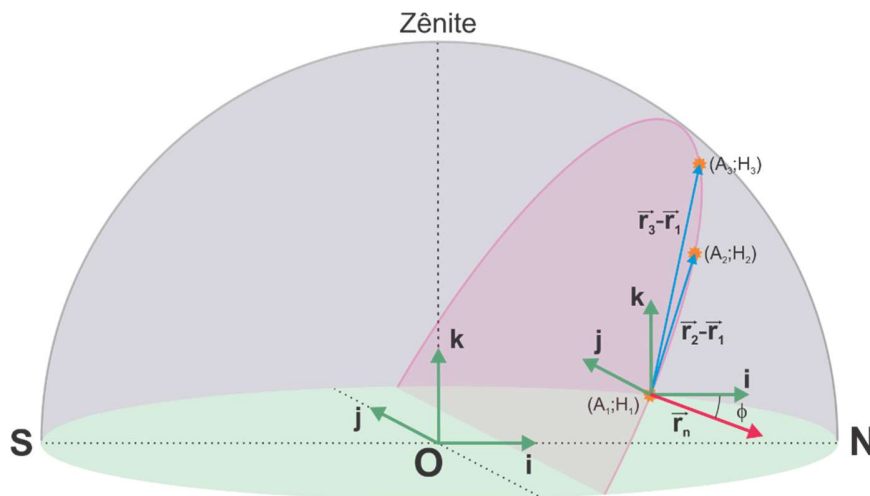
em que φ é o ângulo entre os vetores ou, em nosso caso, o módulo da latitude. Decorre da expressão acima que

$$|\vec{r}_n| \cos\varphi = r_{nx} \quad (11)$$

e, portanto:

$$\varphi = \cos^{-1} \frac{r_{nx}}{|\vec{r}_n|} = \cos^{-1} \frac{r_{nx}}{\sqrt{r_{nx}^2 + r_{ny}^2 + r_{nz}^2}} \quad (12)$$

As componentes do vetor \vec{r}_n são dadas pelas equações 7, 8 e 9.



Plano do horizonte do observador

Figura 4 – O mesmo que a Figura 3, porém mostrando em detalhes os vetores $\vec{r}_3 - \vec{r}_1$ e $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ pertencentes ao plano da trajetória aparente da estrela e o vetor normal \vec{r}_n .

Fonte – autoria própria.

A título de exemplo, considere a trajetória aparente da estrela Antares da constelação de Escorpião, observada a partir das coordenadas geográficas 22.4 graus de latitude sul e 45.4 graus de longitude oeste – aproximadamente a localização do Observatório do Pico dos Dias, do

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

Laboratório Nacional de Astrofísica, LNA/MCTI. As coordenadas da estrela, expressas no sistema horizontal de coordenadas, em três momentos diferentes nas noites de 15 e 16 de maio de 2022, constam na Tabela 1.

Tabela 1 –Coordenadas da estrela Antares da constelação de Escorpião no sistema horizontal a partir das coordenadas geográficas 22.4 graus de latitude sul e 45.4 graus de longitude oeste, nos dias 15 e 16 de maio de 2022. As coordenadas são dadas em graus decimais e em radianos.

Fonte – autoria própria.

	Data	Horas UTC	A (°)	H (°)	A (rad)	H (rad)
1	15/05/2022	23h00	110.407	23.101	1.927	0.403
2	16/05/2022	03h00	110.304	76.383	1.925	1.333
3	16/05/2022	08h00	252.511	34.921	4.407	0.609

A partir dos dados da tabela, a Equação 12 fornece $\varphi \approx 22.41$ graus, que é precisamente a latitude do local das observações. A acurácia do resultado depende, todavia, da qualidade das medidas e também dos pontos escolhidos ao longo da trajetória aparente do astro. Se as medidas forem feitas em intervalos de tempo pequenos, o ângulo entre os vetores da Equação 2 será pequeno e a propagação das incertezas associadas às medidas fará com que o resultado para o ângulo φ seja pouco preciso. No caso da Tabela 1, as coordenadas foram obtidas teoricamente a partir das coordenadas equatoriais da estrela (Seidelmann, 2006; Duffett-Smith e Zwart, 2017), do local e do momento escolhidos para a observação, para que servissem de subsídio às verificações das equações que foram apresentadas. As incertezas associadas, nesse caso, são desprezíveis e isso explica a exatidão do resultado que foi obtido a partir dos dados da tabela.

4 O sextante: descrição e procedimentos de montagem

Como mencionado anteriormente, para que a determinação da latitude seja possível é necessário medir as coordenadas de uma estrela em diferentes pontos da sua trajetória aparente, utilizando o sistema horizontal de coordenadas. Para isso foi desenvolvido um protótipo³, um instrumento que pode ser produzido com auxílio de uma impressora 3D. O aparato, mostrado na Figura 5, combina a funcionalidade de um sextante com uma adaptação do desenho altazimutal empregado em telescópios⁴. O modelo tridimensional é mostrado do lado esquerdo da figura em

³ Os arquivos em diferentes formatos estão disponíveis em <https://labremoto.unifei.edu.br/materials/sextante/sextante.zip>.

⁴ O desenho altazimutal dos telescópios possui uma estrutura mais robusta, geralmente empregando uma forquilha para sustentar o peso do instrumento. Aqui referimo-nos apenas ao desenho, especificamente à forma como os eixos principais (eixos das coordenadas) estão dispostos no instrumento, e não aos aspectos estruturais.

uma perspectiva isométrica e, do lado direito, há uma vista explodida para auxiliar a compreensão dos procedimentos de montagem.

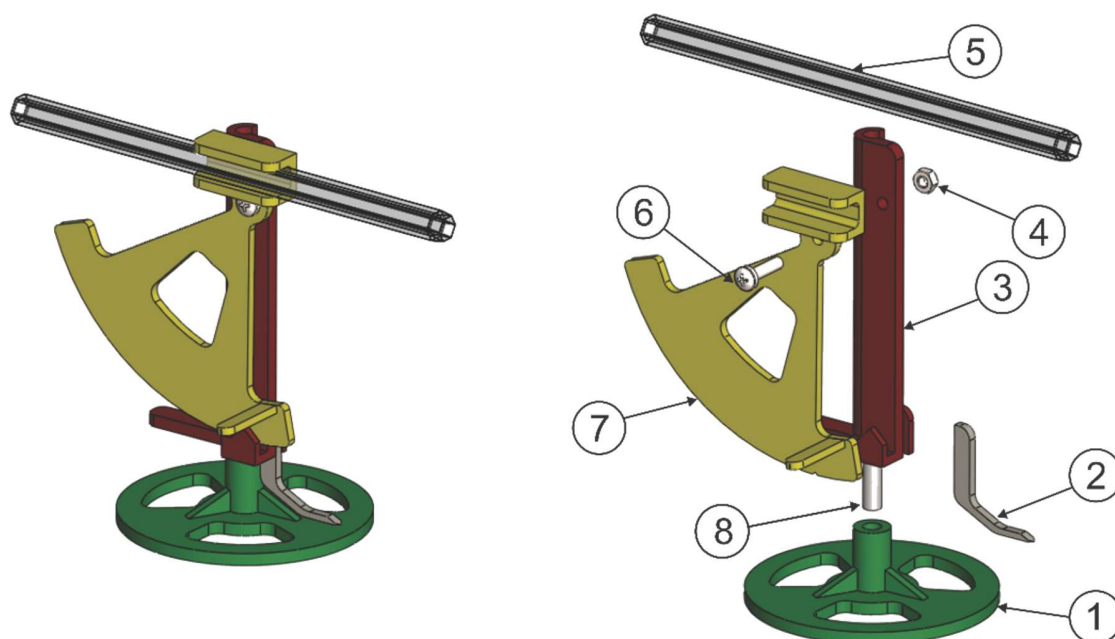


Figura 5 –À esquerda: perspectiva isométrica do sextante. À direita: vista explodida com identificação dos componentes. A descrição de cada um é apresentada na Tabela 2.

Fonte – autoria própria.

Na base (1) do instrumento existe uma escala angular que vai de 0 a 360 graus. Quando o zero da escala está orientado na direção do norte geográfico, os valores lidos são equivalentes à coordenada azimute. No sextante (7) existe outra escala angular, a qual permite ler valores entre -10 e 70 graus. Esse ângulo corresponde à elevação do astro, ou seja, o ângulo subtendido entre o plano do horizonte do observador – ou a linha do horizonte – e a linha imaginária que conecta o observador ao astro.

Note que o termo sextante é devido ao fato de que esses instrumentos são construídos de tal maneira que o arco onde fica a escala da elevação possui uma abertura angular – uma amplitude – que equivale a um sexto da circunferência. De forma análoga também existem quadrantes e oitantes, em cujas leituras varrem, respectivamente, um quarto e um oitavo da circunferência. Atualmente, entretanto, o termo sextante tem sido empregado coloquialmente para se referir a instrumentos que permitem medir a elevação de um astro. Já o emprego do termo para referir-se ao instrumento em questão configura uma catacrese⁵, visto que a escala da elevação possui uma amplitude um pouco maior que 60 graus.

⁵ Figura de linguagem que consiste no uso de uma palavra ou expressão que não descreve com exatidão o que se quer expressar, mas é adotada por não haver uma outra palavra apropriada - ou a palavra apropriada não é de uso comum; é uma gíria do cotidiano, expressão usada para facilitar a comunicação.

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

A Tabela 2 contém a lista de componentes do instrumento. Alguns dos itens estão disponíveis para impressão 3D, enquanto que os demais referem-se a materiais acessíveis que podem ser adquiridos ou até mesmo reaproveitados de outros equipamentos. Para a montagem, o primeiro passo consiste em inserir o eixo do azimute (8) na base (1). Esse é um encaixe forçado, portanto pode ser necessário utilizar um martelo pequeno nessa etapa. Se for esse o caso, apoie a base sobre uma superfície nivelada e resistente. Em seguida, posicione uma das extremidades do eixo no furo e então execute golpes suaves na extremidade oposta até que o eixo alcance o fundo do orifício.

Nas ocasiões em que o instrumento foi construído, foram empregados eixos de aço retificado removidos de impressoras do tipo jato de tinta inutilizadas. No entanto existem outras opções. Por exemplo, é possível utilizar um parafuso com 6 mm de diâmetro e com cerca de 90 mm de comprimento. Nesse caso é necessário remover a cabeça do parafuso e utilizar apenas a haste cilíndrica. De fato, qualquer haste com as dimensões mencionadas e que ofereça pouca fricção é adequada para essa montagem.

Tabela 2 –Componentes do sextante mostrado na
Figura 5.
Fonte – autoria própria.

Identificador	Descrição
1*	Base
2*	Indicador do azimute
3*	Corpo
4	Porca sextavada M4
5	Tubo de caneta esferográfica ou similar, com diâmetro externo aproximado de 8 mm
6	Parafuso M4 com 16 mm de comprimento, cabeça abaulada com base reta, fenda cruzada – tipo <i>Philips</i>
7*	Sextante
8	Eixo com 6 mm de diâmetro e 90 mm de comprimento.

* - itens disponíveis para impressão 3D. Download dos arquivos em <https://labremoto.unifei.edu.br/materials/sextante/sextante.zip>. Além dos componentes da tabela, no mesmo endereço estão disponíveis dois arquivos no formato PDF contendo as escalas angulares do azimute e da elevação, para que sejam impressas e fixadas no instrumento da forma mostrada na Figura 6.

Na sequência faz-se o encaixe do corpo (3) no eixo (8). O diâmetro interno do corpo é ligeiramente maior que o diâmetro do eixo, de forma que esse encaixe deve ocorrer sem dificuldades. Contudo, dependendo do material empregado na impressão das peças, a contração do filamento pode reduzir a dimensão do furo, dificultando o encaixe. Em todo caso, deve ser

possível realizá-lo sem a necessidade de ferramentas. Em seguida deve-se unir o sextante (7) ao corpo (3) por meio do conjunto parafuso-porca – itens (6) e (4) da Figura 5, respectivamente. Esses dois últimos componentes são itens baratos e que podem ser encontrados em casas de materiais de construção ou lojas de ferramentas, ou ainda, podem ser reaproveitados de equipamentos sucateados.

O item (2), indicador da escala angular do azimute, deve ser colado ao corpo (3). Da mesma forma, o tubo (5) deve ser colado no sextante (7). Recomenda-se a utilização de um adesivo instantâneo para melhor fixação dessas partes. A Figura 6 mostra a imagem real do instrumento após a montagem, produzido em uma impressora 3D com filamento PLA (ácido polilático) vermelho.



Figura 6 –Fotografia do instrumento produzido em uma impressora 3D com filamento PLA vermelho.

Fonte – autoria própria.

Os arquivos contendo as escalas angulares tanto do azimute quanto da elevação podem ser encontrados junto aos arquivos dos componentes disponíveis impressão 3D. As escalas devem ser impressas e fixadas conforme mostrado na figura. Para isso é recomendado utilizar cola-bastão.

5 Determinação da latitude: uma abordagem possível para a Educação Básica

A determinação precisa da latitude a partir da inclinação do plano da trajetória de um astro implica certas operações matemáticas pertencentes normalmente ao âmbito do ensino superior. Uma abordagem voltada para estudantes da Educação Básica deve, portanto, esquivar-se dessas operações. Nesta seção apresentamos uma forma alternativa de determinar a latitude com o instrumento apresentado neste trabalho, a qual implica naturalmente certas simplificações e aproximações. Por essa razão, o resultado pode não ser tão preciso, porém não deixa de ser válido como uma forma de se trabalhar certos conceitos tanto de Astronomia quanto de

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

Matemática, além de procedimentos investigativos e de análise preconizados pelas orientações curriculares nacionais.

O primeiro passo consiste na escolha de um objeto para observação, cujas coordenadas deverão ser determinadas para dois pontos da trajetória aparente, como os pontos D e B mostrados na **Figura 7**, por exemplo. Essa tarefa simples já constitui um catalisador para inúmeras discussões, as quais podem limitar-se a uma abordagem puramente conceitual ou não. A título de ilustração, no momento em que se planeja a escolha de um alvo para as observações/medições, pode-se aproveitar o ensejo para realizar um exercício de reconhecimento do céu noturno, identificando constelações, discutindo as principais diferenças entre planetas e estrelas, apresentando técnicas de localização a partir de pontos de referência no céu, tratando aspectos relacionados ao movimento diurno dos astros, entre inúmeras outras possibilidades. Também se deve valer da oportunidade para introduzir e explicar as simplificações que são adotadas na abordagem utilizada, estabelecendo assim as condições de contorno para a seleção de um objeto adequado para as observações.

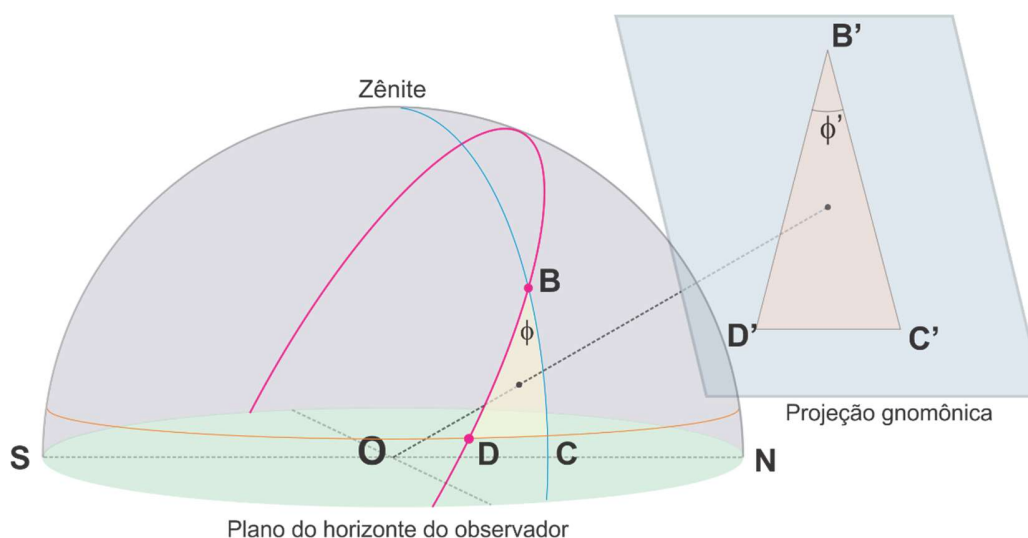


Figura 7 –HCO do observador da **Figura 1** com a indicação dos pontos D e B em que são feitas as medidas das coordenadas do astro. Projeção gnomônica do triângulo BCD.

Fonte – autoria própria.

Um objeto adequado para observação deve nascer próximo ao leste. Objetos com essa característica exibem uma trajetória aproximadamente retilínea quando ainda estão próximos do horizonte – elevações menores que 30 graus. Por outro lado, considerando o observador da Figura 1, um objeto próximo do polo sul celeste, por exemplo, descreveria trajetórias com curvaturas acentuadas e as aproximações do método levariam a resultados absurdos. Outro cuidado que deve ser observado é para que as medidas sejam feitas em um intervalo de tempo de aproximadamente 30 minutos para minimizar as distorções relativas ao processo de projeção, o qual ficará mais claro adiante.

Discussões como essas podem oferecer contribuições significativas tanto para a área da Matemática quanto para a de Ciências da Natureza. Conforme a Base Nacional Curricular

Comum (BNCC), na etapa do ensino fundamental, a matemática deve garantir que os estudantes relacionem observações empíricas do mundo real a representações, como tabelas, figuras e esquemas (Brasil, 2018). Percebe-se que esse é precisamente o caso da abordagem que está sendo proposta, visto que os dados coletados durante as observações servem de subsídio para a construção de esquemas como aquele que é mostrado na Figura 7.

Depois de feita a seleção da estrela que se pretende observar, o próximo passo, naturalmente, é discutir os procedimentos com respeito à determinação das suas coordenadas, os quais estão centrados no instrumento apresentado neste trabalho. Essa é considerada uma etapa preparatória para a coleta de dados. Nesse ponto pode-se discutir sobre os aspectos da construção do instrumento e do seu funcionamento, além de questões ligadas aos sistemas de coordenadas empregados em Astronomia. Qual é o significado das escalas do instrumento? De que forma deve ser utilizado? Qual a origem desse instrumento? O contexto parece sugerir que existe espaço para que sejam abordados fatos históricos que envolvam instrumentos/procedimentos semelhantes e que tiveram extrema importância para a construção do conhecimento da área, como é o caso dos trabalhos realizados por Tycho Brahe, que tiveram um papel crucial para a elaboração das leis de Kepler (Dreyer, 2014). Essa é uma oportunidade para a discussão de aspectos epistemológicos, da história e da natureza das ciências.

Outras possibilidades particularmente interessantes consistem em enfatizar questões como aquelas relacionadas ao porquê de apenas duas coordenadas bastarem para localizar um astro na superfície da esfera celeste, à relação dessas coordenadas com o sistema cartesiano, à técnica de determinação da linha norte-sul de um local (Santos, 2019) e, portanto, do ponto zero da escala azimutal no sistema local de coordenadas, entre outras. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme aponta a BNCC, “*espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização [...] de objetos*” (Brasil, 2018, p. 272), o que vai ao encontro dessa abordagem.

Dando prosseguimento, a coleta de dados consiste na obtenção das coordenadas de uma estrela em dois pontos da sua trajetória aparente. Esse é o momento para que os estudantes possam avaliar a precisão do instrumento e refletir sobre as possíveis fontes de erros do processo. Ao fazer isso, estar-se-á promovendo a “*aproximação gradativa aos principais processos, práticas e procedimentos da investigação científica*” (Ibid., p. 321). O momento da coleta de dados é oportuno para retomar as discussões em torno das simplificações e das aproximações adotadas, enfatizando-se o porquê de o intervalo de tempo entre as duas medidas não poder ser nem muito grande nem muito pequeno e por que é recomendado utilizar um intervalo de aproximadamente 30 minutos. Grosso modo, quanto maior a área do triângulo BCD (Figura 7), maior as distorções na projeção, a qual serve de base para a determinação da latitude. Por outro lado, para intervalos de tempo muito reduzidos, os erros tornam-se relativamente grandes e podem levar a resultados inadequados – é conveniente apontar que o instrumento não é um instrumento de precisão.

Após realizarem as medidas das coordenadas, para que seja possível determinar a latitude, os estudantes devem construir um triângulo sobre o HCO – uma superfície esférica – em que dois dos vértices coincidam com as posições medidas, como é o caso do triângulo BCD da Figura 7. A coordenada azimute é constante ao longo do arco BC e, no caso do arco DC, a elevação é a coordenada que permanece constante. Os arcos DC e BC são determinados,

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

respectivamente, pelas diferenças entre as coordenadas azimute e elevação dos pontos D e B. Por essa razão, é desnecessário que o zero da escala azimutal esteja orientado para o norte do local no momento das medidas. Qualquer desvio sistemático devido a um erro de calibração é automaticamente compensado quando se faz o cálculo da diferença.

O próximo passo consiste em construir o triângulo $B'C'D'$ da projeção. O segmento $\overline{D'C'}$ possui o mesmo comprimento do arco DC e, de forma análoga, os demais segmentos têm comprimentos equivalentes aos seus arcos correspondentes. Se adotarmos a esfera celeste com um raio unitário, esses comprimentos equivalem numericamente a amplitude do arco correspondente expressa em radianos – o arco de circunferência é equivalente ao produto do raio da circunferência pela amplitude do arco em radianos. Ou seja, o comprimento do segmento $\overline{D'C'}$ corresponde à diferença do azimute entre os pontos D e B e o comprimento do segmento $\overline{B'C'}$ equivale à diferença da elevação entre eles, ambas expressas em radianos. Nesse ponto é importante notar que os ângulos internos no triângulo BCD não são exatamente os mesmos de $B'C'D'$ por conta de distorções inerentes à projeção da figura. Sendo assim, o ângulo φ' não é equivalente a φ , tampouco podemos afirmar que $B'C'D'$ é um triângulo retângulo. Contudo, quando o ponto D não está muito distante de B (a área do triângulo BCD é pequena) e D não está muito acima do horizonte, podemos considerar com boa aproximação que

$$\varphi' \approx \operatorname{tg}^{-1} \frac{A_D - A_B}{H_B - H_D} \quad (13)$$

em que A_D e A_C correspondem ao azimute dos pontos D e C, respectivamente, e H_B e H_C são as elevações dos pontos B e C, nessa ordem – todos os ângulos devem estar expressos em radianos. A Tabela 3 contém as coordenadas da estrela Antares em dois pontos da sua trajetória aparente na noite de 15 de maio de 2022, segundo o referencial do observador da Figura 1. De acordo com os dados da tabela, a Equação 10 fornece que $\varphi' \approx 20.2$ graus, que representa uma boa estimativa da latitude, dadas todas as aproximações empregadas e limitações do método e do instrumento.

Tabela 3 – Coordenadas da estrela Antares da constelação de Escorpião segundo o referencial do observador da Figura 1.

Fonte – autoria própria.

	Data	Horas UTC	A (°)	H (°)	A (rad)	H (rad)
D	15/05/2022	21h58m	116.670	5.032	2.036	0.088
B	15/05/2022	22h30m	112.341	16.705	1.961	0.292

A **Tabela 4** apresenta um sumário das fases e subfases da abordagem apresentada, bem como sugestões de tópicos que podem ser tratados em cada uma delas. Naquilo que se refere ao seu potencial em termos de aprendizagem, destaca-se que “*estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos*” (Brasil, 2018, p. 271). Novamente, segundo o documento, “*para que [os estudantes] aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos*” (*Ibid.*, p. 269). É notável a forma como a abordagem proposta aqui relaciona-se com ambos os excertos. Pois para a determinação da latitude do local em que se encontra, o estudante deve primeiro compreender a relação entre o seu referencial, a configuração do céu que observa e o movimento diurno dos astros.

Tabela 4 – Sumário com as fases e subfases da abordagem sugerida para a Educação Básica.

Fonte – autoria própria.

Fases	Subfases	Tópicos
Escolha do alvo	Embasamento conceitual	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Pontos cardeais ✓ Constelações ✓ O movimento diurno dos astros ✓ Planetas e estrelas – diferenças e semelhanças
	Seleção	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Seleção do alvo ✓ Reconhecimento do céu ✓ Representação do céu na região do alvo
Coleta de dados	Preparação	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Apresentação do instrumento que será utilizado ✓ Sistemas de coordenadas em Astronomia ✓ Discussão de aspectos históricos relevantes
	Coleta	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Precisão e acurácia ✓ Erros sistemáticos ✓ Aproximações, simplificações e limitações do procedimento
Análise dos dados	Representação	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Representação geométrica do problema ✓ Identificação dos elementos do triângulo ✓ Comportamento das coordenadas ao longo das arestas
	Análise	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Cálculo dos arcos de circunferência ✓ Construção da projeção ✓ Análise das distorções inerentes à projeção ✓ Discussão sobre as aproximações empregadas

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

		✓ Construção de uma tabela semelhante à ✓ Tabela 3
	Conclusão	✓ Determinação da latitude por meio da Equação 13 ✓ Análise dos erros do processo ✓ Avaliação do processo

6 Considerações finais

O instrumento apresentado neste trabalho foi concebido no contexto de uma das atividades que é normalmente realizada com os estudantes da disciplina “Conceitos de Astronomia” – AST001, oferecida durante o primeiro período do curso de licenciatura em Física da Unifei. A atividade refere-se à determinação da latitude do local com base no movimento aparente de um astro. Apesar de o instrumento ter sido inicialmente concebido para esse propósito, é importante ressaltar que ele é útil em diversas outras práticas observacionais, visto que medir a posição de um objeto celeste constitui uma atividade basilar quando se trata de astronomia, especialmente no que se refere a atividades didáticas, sejam elas para o ensino superior ou para a Educação Básica.

À guisa de ilustração, com o mesmo instrumento, os estudantes podem acompanhar o movimento da Lua ao longo dos dias e determinar o período de uma luação ou relacionar a sua posição com a fase que exibe. Para isso é necessário que realizem medidas da sua posição sempre no mesmo horário em cada dia. Observando o comportamento de astros em diferentes regiões do céu é possível ampliar a compreensão acerca do movimento diurno dos astros, sobre o que sejam constelações circumpolares e sobre referências no céu que possam ser empregadas para localização do observador no globo terrestre. Com esse instrumento ainda podem acompanhar o movimento aparente dos planetas ao longo dos dias e assim perceberem que, embora os astros executem diariamente um movimento indo de leste para oeste, com relação as estrelas, os planetas, normalmente, parecem se deslocar de oeste para leste, com o passar dos dias – não estamos falando do movimento que observamos diariamente, mas sim ao longo de muitos dias.

O instrumento possui uma precisão limitada, evidentemente, porém isso não compromete o seu objetivo didático. Deve-se ter em mente que as atividades realizadas com ele são inerentemente ricas em conceitos da astronomia, da matemática e das ciências de uma forma geral, especialmente naquilo que se refere à história da ciência. Além disso, como mencionado anteriormente, existe um consenso de que a Astronomia é altamente interdisciplinar e, por fazer parte do cotidiano, propicia a integração dos saberes. Outro ponto relevante é que as atividades realizadas com o instrumento aproximam os estudantes de procedimentos investigativos, dos métodos e da natureza da ciência.

A construção teórica apresentada neste trabalho é factível com estudantes do ensino superior desde que possuam familiaridade com conceitos básicos de geometria analítica. Para a Educação Básica, por outro lado, é recomendado utilizar uma método alternativo, o qual está descrito no trabalho. O método emprega algumas simplificações e aproximações que ocasionam certa imprecisão nos resultados. Entretanto, ainda assim é possível obter uma boa estimativa da latitude. O ponto mais benéfico da atividade, no entanto, parece ser o potencial integrador que

ela apresenta, permitindo trabalhar diversos conceitos e técnicas que vão ao encontro dos ideais que são encontrados na BNCC.

Por fim é conveniente mencionar novamente que todos os arquivos relativos ao projeto do instrumento estão disponíveis gratuitamente para download: i) arquivos CAD, tanto no formato nativo do programa como no formato STL – um formato mais conveniente para leitura por outros programas; ii) arquivos para impressora 3D no formato GCODE – contendo instruções de máquina, normalmente empregado em equipamentos CNC – e iii) manual com parâmetros de impressão para os principais tipos de filamentos disponíveis no mercado. Por uma razão de conveniência, os arquivos para impressão foram gerados para dois tipos diferentes de filamentos, conforme os parâmetros recomendados para impressão, e encontram-se em diretórios distintos, denominados ABS (acrilonitrila butadieno estireno) e PLA (ácido polilático).

Agradecimentos

Os autores agradecem as agências FAPEMIG e CNPq pelo auxílio financeiro que tornou possível a aquisição dos equipamentos e seus insumos – projeto FAPEMIG APQ-01764-21 e projeto CNPq 408828/2021-8.

Referências

Brasil. Ministério da Educação (2018). *Base Nacional Comum Curricular*.

Dreyer, J. L. E. (2014) *Tycho Brahe*. Cambridge University Press. Cambridge, UK, 2014.

Duffett-Smith, P., Zwart, J. (2017) *Practical Astronomy with your calculator or spreadsheet*. Cambridge University Press. Cambridge, UK.

Langhi, R. (2004) *Um estudo exploratório para a inserção da astronomia na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental*. 240 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências de Bauru.

Langhi, R., Nardi, R. (2014) Justificativas para o ensino de Astronomia: o que dizem os pesquisadores brasileiros? *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 14(3), 041-059.

Leite, C.; Hosoume, Y. (1999) Astronomia nos livros didáticos de ciências da 1a. à 4a. séries do ensino fundamental. In: *Simpósio Nacional de Ensino De Física*, 13, São Paulo, 1999. Atas [...]. Caderno de resumos e programação... São Paulo: SBF.

Leite, C. (2002) *Os professores de ciências e suas formas de pensar a Astronomia*. Dissertação (Mestrado em Educação), Instituto de Física e Faculdade de Educação, USP.

Uma proposta de atividade prática para o ensino de Astronomia:
Determinação da latitude local com um sextante produzido em uma impressora 3D

Nussbaum, J. (1995) Astronomy teaching: challenges and problems, *IVth International Conference on Teaching Astronomy*, Barcelona (1990). Investigación didáctica en Astronomía: una selección bibliográfica. *Enseñanza de las Ciencias*, v.13, n.3, p.387-389.

Peixoto, D. E. (2018) *Astronomia como disciplina integradora para o Ensino de Ciências*, Tese, Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Rosado, R. M. M., Mota, A. T. (2015) Análise de Experimentos Desenvolvidos em um Curso de Astronomia para Alunos do Ensino Médio. *Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia*, v.19, 7-21.

Santos, A. C. dos (2019), *O uso do gnômon para determinação dos pontos cardeais como uma atividade investigativa* (monografia). Curso de Especialização em Educação em Ciências, Universidade Federal de Minas Gerais.

Seidelmann, P. K. (2006) (Ed.) *Explanatory supplement to the astronomical almanac*. University Science Books. AIP Publishing, EUA.

Tignanelli, H. L. (1998) Sobre o ensino da astronomia no ensino fundamental. In: WEISSMANN, H. (org.). *Didática das ciências naturais: contribuições e reflexões*. Porto Alegre: Artmed.

Townsend, G. (1998) Using telescopic observations in undergraduate astronomy courses. *The Physics Teacher*, v. 36, p. 304-305.