

RESSONÂNCIAS E MARÉS EM SISTEMAS DE SATÉLITES NATURAIS

Nelson Callegari Jr.¹

Resumo: Neste trabalho descrevemos alguns aspectos da dinâmica de ressonâncias de movimentos médios. Será dada ênfase maior ao caso de ressonâncias entre satélites regulares dos planetas gigantes, embora alguns aspectos da física das ressonâncias em sistemas planetários extra-solares também sejam discutidos brevemente. A importância do estudo de ressonâncias em sistemas de satélites é discutida mais detalhadamente através de exemplos, mostrando como certas ressonâncias e suas relações com efeitos de dissipação de maré podem ser a chave de parte da explicação de alguns fenômenos ainda não explicados no Sistema Solar. Dentre vários exemplos destacamos o problema da remodelagem da superfície do satélite Enceladus, a existência de vulcões ativos em Io, e a possível existência do oceano subterrâneo em Europa. Este trabalho tem como objetivo a *divulgação* de alguns tópicos de Mecânica Celeste e Planetologia para um público de nível de graduação em disciplinas na área de exatas, em especial Astronomia e Física, e não a descrição detalhada dos conceitos aqui discutidos.

Palavras-chave: Mecânica Celeste, dinâmica, ressonâncias, satélites naturais, maré, planetas extra-solares.

RESONANCIAS Y MAREAS EN SISTEMAS DE SATÉLITES NATURALES

Resumen: Describimos en este trabajo algunos aspectos de la dinámica de resonancias de movimientos promedio. Será dado un énfasis mayor al caso de las resonancias entre satélites regulares de los planetas gigantes, aunque también son discutidos brevemente algunos aspectos de la física de resonancias en sistemas planetarios extrasolares. La importancia del estudio de las resonancias en sistemas de satélites es discutida más detalladamente através de ejemplos, mostrando cómo ciertas resonancias y los efectos de disipación por mareas pueden ser la clave de parte de la explicación de algunos fenómenos aún no comprendidos en el Sistema Solar. Entre varios ejemplos se destacan el problema de la superficie remodelada del satélite Enceladus, la existencia de volcanes activos en Io y la posible existencia de un océano subterráneo en Europa. Este trabajo tiene como objetivo la divulgación de algunos tópicos en Mecánica Celeste y Planetología para un público universitario de ciencias exactas, en particular Astronomía y Física, y no la descripción detallada de los conceptos aquí discutidos.

Palabras clave: Mecánica Celeste, dinámica, resonancias, satélites naturales, mareas, planetas extrasolares.

RESONANCES AND TIDES IN NATURAL SATELLITES SYSTEMS

Abstract: In this work we describe some aspects of the dynamics of the mean-motion resonances. Emphasis to the case of resonances between regular satellites of the giant planets will be given, even so some aspects of the physics of the resonances in extra-solar planetary systems are also briefly treated. The role of the resonances in satellites systems is discussed through examples, showing how certain resonances, and its relations with the tidal dissipation effects, can be the key of the explanation of some phenomena still not explained in the Solar System. Amongst some examples we highlight the problem of the resurfacing of Enceladus, the existence of active volcanoes in Io, and the possible existence of the subsurface ocean in Europe. This work has as objective the divulgation of some topics in Celestial

¹ UNESP/IGCE Rio Claro – SP, e-mail - calleg@rc.unesp.br

Mechanics and Planetary Sciences for an undergraduate public in exact sciences, as Astronomy and Physics, and not their detailed description.

Keywords: Celestial Mechanics, dynamics, resonances, natural satellites, tides, extrasolar planets.

1. Introdução

Em Astronomia, assim como na Física, existe uma estreita relação entre teoria e a experimentação. No caso da Astronomia, os experimentos são, em geral, chamados de “observações”, as quais podem ser realizadas através do olho nu, telescópios, radiotelescópios, sondas espaciais etc. É com base em observações astronômicas que os cientistas tentam descrever as propriedades físicas e químicas dos corpos que povoam o Sistema Solar, as estrelas, a Galáxia, outras galáxias até... o Universo como um todo. Com isso eles são capazes de elaborar “teorias” que tentam formular respostas a várias perguntas intrigantes. Muitas delas provavelmente a maioria de nós já fizemos: Existe vida fora da Terra? Existe água em outro lugar do Sistema Solar? Como surgiram os planetas e seus satélites? Do que são formadas as regiões escuras da superfície lunar? Neste trabalho, vamos nos restringir principalmente ao caso bem particular de algumas questões intrigantes relacionadas com alguns satélites dos planetas gigantes do Sistema Solar (Júpiter, Saturno, Urano e Netuno).

A Mecânica Celeste é a área da Astronomia que se preocupa em entender a dinâmica dos movimentos dos corpos celestes, tais como os asteróides, cometas, planetas e seus satélites. Recentemente, com a descoberta de dezenas de planetas em órbitas ao redor de outras estrelas que não o nosso Sol, os mecânicos celestes deixaram de atuar somente nas imediações do Sol para começarem a decifrar também o complexo movimento destes novos planetas. A Planetologia, por sua vez, é outra área da Astronomia destinada a resolver problemas envolvendo as propriedades físicas e químicas dos planetas e seus satélites, cometas, asteróides etc. A separação entre Planetologia e Mecânica Celeste para estudar alguns sistemas é, no entanto, puramente teórica, pois na prática elas andam juntas. Como exemplo desta conexão, vamos nos concentrar no problema da remodelagem da superfície gelada de Enceladus (Figura 1).

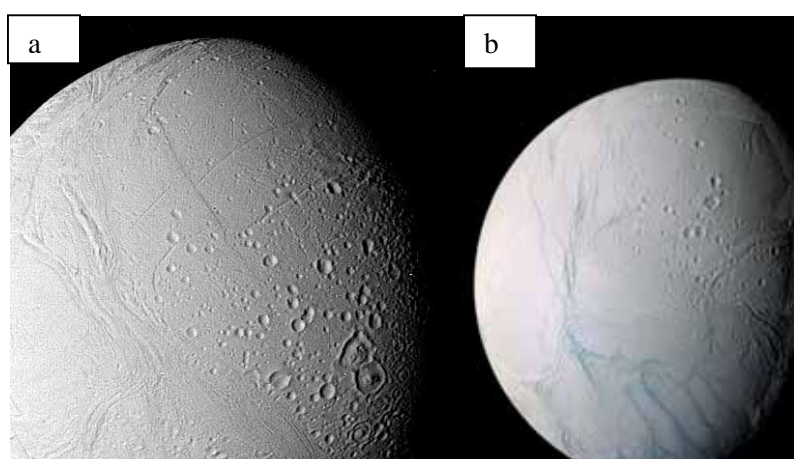


Figura 1. a) Detalhe do satélite Enceladus, de Saturno, mostrando regiões de grande e baixa concentração de crateras. Foto tirada pela sonda Voyager 2 em 25/8/1981, a cerca de 112.000 km de distância. b) Mosaico de fotografias de Enceladus obtido pela sonda Cassini; a montagem é resultado de fotos tiradas entre 9/3 e 14/7/2005, a distâncias que variam de 11.100 a 61.300 km da lua. Em ambas as figuras, as regiões mais claras (as cores são falsas) mostram baixa densidade de crateras. Crédito: NASA/JPL/Space Science Institute (FONTE: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/index.html>).

No início dos anos 80, a sonda Voyager 2, durante sua passagem pelo planeta Saturno, revelou detalhes da superfície de Enceladus, demonstrando que sua superfície é formada, principalmente, por gelo, (origem, para tais luas, do apelido de “satélites de gelo”). Em algumas regiões a superfície do satélite mostra grande concentração de crateras, enquanto outras não apresentam grande quantidade destes buracos (que são formados devido a choques com meteoritos massivos). Tais imagens sugerem que parte da superfície de Enceladus foi remodelada, talvez com algum tipo de material vindo de seu interior. Esta hipótese baseia-se na possibilidade de o interior de Enceladus ter sofrido variações de temperatura suficientes para que parte do material interno fosse expelido. No caso da Terra, sabe-se que se trata de um planeta ativo, com regiões internas mantendo lava em estado “líquido”. Mas no caso de Enceladus, uma lua com cerca de somente 500 km de diâmetro (ver Tabela 2 na Seção 3.1), com uma estrutura interna bem diferente da Terra, uma pergunta que surge é: Enceladus tem ou teve atividade vulcânica? Se a resposta for verdadeira, quais foram os principais processos envolvidos nesta remodelagem da superfície de Enceladus?

Neste trabalho não temos a pretensão de responder detalhadamente a estas perguntas. Nosso foco aqui é apresentar *qualitativamente* somente alguns aspectos da parte dinâmica envolvida neste cenário de remodelagem da superfície de Enceladus, tais como o fenômeno de ressonância e a dissipação de energia por efeitos de maré.

Tendo isto em mente, organizamos este artigo da seguinte forma. A Seção 2 é dedicada ao fenômeno de ressonância, que surge quando o movimento de dois satélites se dá em órbitas com períodos orbitais comensuráveis. Na Seção 2 apresentamos a geometria envolvida na chamada libração das conjunções, que pode ocorrer em sistemas ressonantes. Na Seção 3 são dados alguns exemplos mostrando as relações que podem existir entre ressonância e efeitos de maré/dissipação de energia mecânica em satélites e planetas. Mostramos ainda exemplos no Sistema Solar onde tais relações são fundamentais para explicar uma série de fenômenos observados (como no caso de Enceladus citado acima).

2. Comensurabilidade, Ressonância, Libração

2.1 Comensurabilidade

Antes de iniciarmos a descrição do fenômeno da ressonância de movimentos médios, vamos recordar brevemente as três Leis de Kepler (ver, por exemplo, Nussenzveig, 2002a, seção 10.4; ver também simulações das três leis de Kepler em <http://astro.if.ufrgs.br/Orbit/orbits.htm>). Vamos considerar um satélite movendo-se em torno de um planeta sujeito à força de atração gravitacional. Vamos supor no momento um planeta perfeitamente esférico e homogêneo, que não exista mais nenhuma força atuando no sistema. A *primeira lei de Kepler* diz que um satélite move-se em órbita elíptica em torno do planeta, o qual se localiza num dos focos da elipse. A *segunda* assegura que o satélite, em sua órbita elíptica, tem máxima velocidade linear quando se encontra no ponto mais próximo do planeta (pericentro), e menor velocidade no ponto mais distante do planeta (apocentro) (ver Figura 2, onde apresentamos geometricamente o conceito de elementos orbitais). A *terceira* lei diz que o quadrado do período de revolução de um satélite é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da órbita (que chamaremos daqui por diante simplesmente de semi-eixo).

Seja agora o sistema formado por dois satélites naturais orbitando um corpo central. Vamos indicar pelo número “1” o satélite mais próximo do planeta (que chamaremos de satélite interno), e “2” o satélite mais distante, (externo). Pela terceira lei de Kepler, temos que o satélite 2 possui um período orbital (T_2) maior que o do satélite 1 (T_1). Vamos supor o caso particular onde $T_2=2T_1$, isto é, sempre que o satélite 2 completa uma revolução, o satélite 1 completa exatamente duas voltas ao redor do planeta. Denotando n_i a velocidade angular de cada satélite (também conhecida em Mecânica Celeste por movimento médio), temos que $n_1/n_2=2$. Quando dois corpos orbitam um mesmo corpo com períodos, ou movimentos médios, comensuráveis (isto é, onde a razão entre eles é igual a um número racional), dizemos que existe uma *comensurabilidade de movimentos médios*.

No exemplo acima, supomos $T_2=2T_1$; no entanto, poderíamos facilmente refutar tal suposição argumentando que, na natureza, nunca possa ocorrer uma razão de períodos exatamente igual a 2, mas, digamos, muito próxima, do tipo $T_2=1,99T_1$ - ou seja, os períodos orbitais são *quase-comensuráveis*. Realmente há pouca probabilidade da existência da comensurabilidade exata no sentido matemático de valer estritamente, por exemplo, o sinal de igual na relação $T_2=2T_1$. Mas como veremos a seguir, o que ocorre de fato é que a proximidade de certa comensurabilidade exata (isto é, no exemplo, o quanto a razão de períodos dos dois satélites está próxima do número 2, tal como 1,95; 1,99; 1,999 etc), é que nos leva naturalmente ao conceito de ressonância.

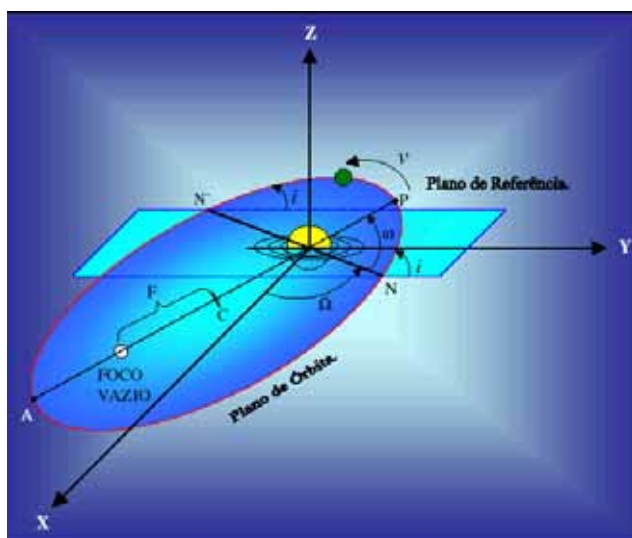


Figura 2. Elementos orbitais de um satélite (verde) em órbita elíptica ao redor do planeta (amarelo). A elipse é caracterizada por dois focos (em um dos quais se encontra o planeta), semi-eixo maior ($a=CP=CA$), excentricidade ($e=F/a$), e a orientação da linha das apsides (AP) em relação à linha dos nodos (NN'), dada pelo ângulo ω (argumento do pericentro). N e N' são chamados de nodos ascendente e descendente, respectivamente. O ponto P é chamado de pericentro (ponto da órbita mais próximo do centro de força), e A é o apocentro (distância máxima do planeta). Tomando um plano de referência para medir a inclinação do plano da elipse (na figura, o plano XY), temos a inclinação da órbita (i) e uma orientação deste plano em relação a uma direção “fixa” (inercial), dada pelo ângulo Ω , ou longitude do nodo ascendente. Temos, então, cinco elementos que nos fornecem a orientação e a dimensão da elipse: a , e , i , ω , Ω . Um sexto elemento é necessário para localizar o satélite em seu movimento em torno do planeta. Este elemento pode ser a anomalia média (M). No caso de baixas excentricidades, a anomalia média pode ser visualizada geometricamente como sendo aproximadamente o ângulo, com vértice no planeta, medido do pericentro até a posição do satélite. Este ângulo é chamado de anomalia verdadeira (v). Assim, para baixos valores de excentricidades, $M \approx v$. Para mais detalhes sobre os elementos orbitais, ver Boczko, 1988, Capítulo XVI.

Ressaltamos que existem várias maneiras de iniciarmos um estudo sobre ressonâncias, o qual depende muito do sistema em questão, e do fenômeno que se pretende analisar. Por exemplo, estudos de ressonâncias entre asteróides e Júpiter são muito diferentes dos estudos de ressonâncias em sistemas planetários. No primeiro caso, por exemplo, os asteróides são considerados como partículas, e não afetam o movimento orbital de Júpiter ao redor do Sol. Existem muitos fenômenos intrigantes relacionados com tais ressonâncias. Por exemplo, a ressonância 3/1 entre os asteróides do cinturão principal e Júpiter explica com sucesso uma das faixas vazias observadas no cinturão de asteróides. Já no segundo caso, ambos os planetas sofrem atrações gravitacionais mútuas, alterando mutuamente suas órbitas, tornando a dinâmica na ressonância importante para a “sobrevivência” do sistema como um todo.

Desta forma, como neste trabalho estamos interessados nas relações ressonância/maré em sistemas de satélite naturais, a breve abordagem que daremos abaixo sobre as ressonâncias de movimentos médios tem como objetivo algumas aplicações ao caso de satélites. Outras aplicações de ressonâncias em outros sistemas, tal como em sistemas planetários, no entanto, serão brevemente comentados na Seção 2.4.

2.2 Ressonância

Uma pergunta que podemos fazer é se as quase-comensurabilidades podem “afetar”, de alguma forma, o movimento dos satélites. Para tentar responder a esta pergunta, vamos continuar a nossa abordagem do conceito de ressonância focalizando no caso da comensurabilidade 2/1. O surgimento dos referidos “efeitos” nos movimentos dos satélites depende, por exemplo, de como a razão de períodos do par de satélites se encontra próxima deste número. Somente a título de ilustração, se tal razão fosse igual a 1,95, os efeitos da comensurabilidade no sistema seriam “menores” do que se fosse, digamos, 1,999. Assim, podemos definir como *ressonância* o caso onde a razão de períodos seja suficientemente próxima de 2 (comensurabilidade exata) para que os efeitos dinâmicos sobre os movimentos dos satélites sejam significativos. Esta será a nossa definição *qualitativa* do fenômeno de *ressonância de movimentos médios*. (Para uma abordagem quantitativa e mais detalhada destes conceitos ver, por exemplo, Malhotra, 1998, seções 3 e 5.1)².

Mas, quais seriam estes “efeitos” que estamos nos referindo acima? Um deles é a libração, que detalharemos na Seção 2.3 (onde voltaremos no problema da definição de ressonância). Nesta situação, uma das conseqüências *possíveis* é o aumento do valor da *excentricidade* da órbita de cada satélite. Vamos considerar o caso em que as órbitas sejam coplanares e elípticas³. Devido ao fato das órbitas serem quase-comensuráveis, as excentricidades dos satélites sofrem variações adicionais em relação ao caso não

² Outro conceito associado às ressonâncias é a ordem da ressonância. Por razões que estão além dos objetivos deste artigo, as ressonâncias mais importantes são aquelas de baixa ordem, quando a razão dos períodos (r) seja tal que r possa ser bem aproximado por um número racional da forma p/q , onde p e q são inteiros primos entre si e “pequenos”. Assim, ressonâncias do tipo $r=2/1$, $3/2$, $5/2$ etc. seriam mais “fortes” que comensurabilidades do tipo $10/1$, $17/6$ etc. Neste trabalho, daremos atenção especial ao caso $r=2/1$.

³ Se o planeta for achatado nos pólos, isto é, não seja um corpo perfeitamente esférico, existe uma força adicional atuando sobre os satélites que faz com que os pericentros das órbitas se desloquem muito lentamente. (A força de atração entre os satélites também contribui, em menor porção, com estes movimentos.) Assim, devido a estas forças perturbadoras, as elipses das órbitas dos dois satélites sofrem variações muito lentas quando comparadas aos períodos de translação. Tais variações são chamadas de *seculares*, e, nesta nossa apresentação qualitativa, serão desprezadas.

comensurável, e um dos termos destas variações é dado, em primeira ordem, por $e_f = C/(2n_2 - n_1)$, para cada satélite separadamente; C é uma constante que depende dos valores dos semi-eixos maiores das órbitas dos dois satélites, das massas do planeta e dos satélites, do achatamento do planeta etc. É fácil perceber pela equação de e_f que, quanto mais próximo os dois satélites estiverem da comensurabilidade exata 2/1, maior será o valor de e_f . Estando muito próximo do valor exato 2/1, podemos distinguir duas componentes da excentricidade da órbita: uma componente *livre* (ou *própria*) e outra *forçada*, esta última dada aproximadamente pela expressão de e_f , como ilustrado na Figura 3 abaixo

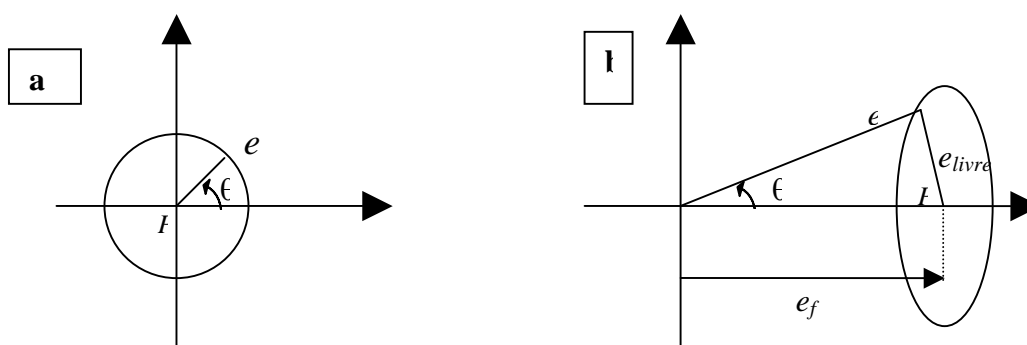


Figura 3. Representação da excentricidade (e) em duas situações ilustrativas. (a) Bem distante da comensurabilidade, o “centro” P do círculo fica próximo da origem, e temos $e \approx e_{livre}$, cujo valor é dado pelo raio do círculo. (b) Bem próximo da comensurabilidade, P é deslocado da origem, e pode-se distinguir claramente as componentes livre e forçada (e_f). Note que em (a), a excentricidade é praticamente constante, enquanto que em (b) ela sofre grandes variações. O ângulo θ (ângulo de ressonância, ver Seção 2.3) indica onde ocorrem as conjunções: em (a), θ percorre todos os valores, de 0 a 360° , enquanto que em (b) ele oscila em torno de zero, com valor máximo de 45° , aproximadamente.

Fenômenos de ressonância podem ocorrer na vida cotidiana de muitas maneiras. Um exemplo familiar é o de uma criança travessa empurrando a sua amiga num movimento de vai-e-vem numa cadeira de balanço: suponha que a criança travessa efetue sempre o mesmo impulso sobre a cadeira, mas com uma frequência cujo valor seja próximo do movimento natural de vai-e-vem da cadeira. Quanto mais sincronizada for a criança travessa com o movimento da cadeira de balanço, maior será a amplitude de oscilação da cadeira, o que pode levar à situação crítica de sua amiga ser lançada para fora do balanço. No caso sem atrito (o qual é ideal e não existe de fato na natureza), se a sincronia for perfeita a energia fornecida à cadeira de balanço pela criança travessa seria sempre acumulada, e as oscilações aumentariam indefinidamente.

De fato existem muitas analogias entre a Física dos osciladores forçados e ressonâncias de movimentos médios em sistemas de satélites. O termo excentricidade “forçada” citado acima vem da teoria das oscilações forçadas. Como veremos brevemente na Seção 3, a dinâmica de sistemas onde ocorrem fenômenos dissipativos de marés pode ser estudada, num modelo simplificado, com o formalismo da Física dos osciladores forçados com amortecimento. Aos leitores familiarizados com Cálculo Diferencial e Integral e Física e interessados num estudo introdutório da Física do oscilador harmônico, ver, por exemplo, Nussenzveig, 2002b; Resnick et al., 2002.

No caso de sistemas ressonantes, a força é do tipo gravitacional. A título de ilustração, vamos considerar a seguinte configuração entre dois *planetas* ao redor de um corpo central em órbitas com excentricidade alta (digamos, maior que 0,3, por

exemplo): o planeta interno localizado inicialmente próximo do apocentro de sua órbita (não exatamente neste ponto) enquanto o exterior está próximo do pericentro (Figura 4a)⁴. Devido à comensurabilidade, os planetas sofrem aproximações periódicas toda vez que ocorre a conjunção entre os satélites, e, justamente nas conjunções, a força de atração gravitacional entre os planetas é maior. Como as órbitas são bastante excêntricas, neste caso, a comensurabilidade leva o sistema a sofrer estas fortes atrações gravitacionais toda vez que eles se encontram de volta à posição inicial planeta-1-1. Uma configuração orbital tal como a mostrada na Figura 4a é dita instável, pois, se um sistema se formasse nesta configuração, possivelmente não existiria por muito tempo, já que as perturbações gravitacionais repetidas nas conjunções seriam fortes o suficiente para remover os corpos de suas órbitas em torno do corpo central, sendo ejetados do sistema ou colidindo entre si.

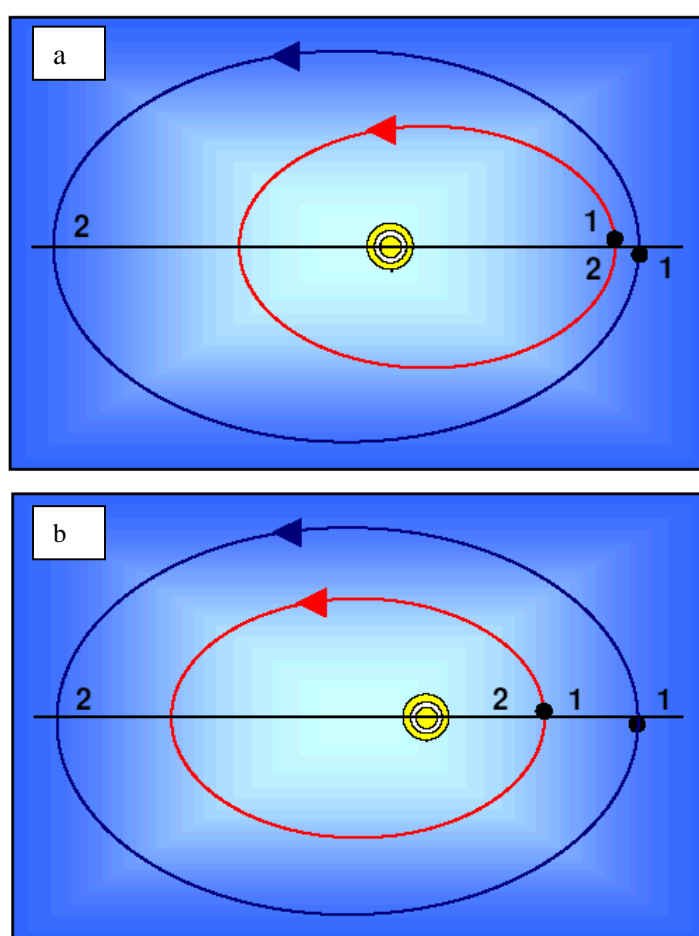


Figura 4. (a) Órbitas coplanares de dois planetas orbitando uma estrela com períodos orbitais com razão 2/1. O número 1 indica a configuração inicial dos planetas; 2 indica a configuração do sistema após uma revolução do planeta interno. Depois de uma revolução do planeta externo, eles retornam à posição 1. A configuração estrela-1-1 é chamada de conjunção (no nosso caso, as conjunções ocorrem sempre que a diferença entre as anomalias verdadeiras é zero). (b) Idem à Figura 4a, onde agora as conjunções se repetem em torno da configuração onde a distância entre os planetas nos encontros próximos é maior.

⁴ Ver Peale, 1976, Seção 2, para uma discussão mais detalhada das forças envolvidas num processo ressonante gravitacional, a qual é necessária para se entender o porquê de não podermos, num modelo simplificado, considerar os corpos localizados inicialmente exatamente no pericentro ou apocentro. Este tópico está além dos nossos objetivos neste trabalho.

Ao invés de as conjunções ocorrerem em pontos onde as órbitas sofrem encontros muito próximos, elas poderiam ocorrer em configurações onde a distância mútua entre os planetas não seja tão pequena como a do caso mostrado na Figura 4a. Por exemplo, na configuração mostrada na Figura 4b, embora as excentricidades sejam tão grandes como aquelas mostradas na Figura 4a, devido ao fato de ambos os pericentros estarem “do mesmo lado”, e como escolhemos ambos os satélites inicialmente próximos dos pericentros, a força gravitacional entre os satélites nos repetidos encontros são menores que os do caso da Figura 4a. Uma configuração orbital tal como a mostrada na Figura 4b pode ser estável, pois, por exemplo, uma vez que as perturbações gravitacionais repetidas nas conjunções não sejam tão fortes como no caso da Figura 4a, as órbitas sofreriam poucas variações.

2.3 Libração

Um fenômeno associado a sistemas ressonantes é a chamada libração das conjunções. Vimos acima que as conjunções entre os planetas podem ocorrer repetidamente em determinados pontos das órbitas. Por exemplo, numa configuração como a dada pela Figura 4b, as conjunções ocorrem quando ambos os planetas estão localizados nos seus respectivos pericentros. No entanto, depois de repetidas revoluções, as posições onde as conjunções ocorrem podem variar de posição, e, no lugar de as conjunções se repetirem ao redor dos pericentros, poderiam se dar em torno de todos os pontos de ambas as órbitas. Neste caso temos o que se chama *circulação*. Vamos denotar por θ o ângulo representando a posição onde ocorrem as conjunções (ver Figura 3). Graficamente, uma circulação corresponde a um caso similar ao ilustrado na Figura 3a, com a curva de excentricidade cruzando o eixo y do plano cartesiano, e o ângulo θ assumindo todos os valores. A circulação ocorre em geral quando o sistema está distante de determinada comensurabilidade de movimentos médios.

Estando muito próximo da comensurabilidade $2/1$, o sistema pode ficar “capturado” na ressonância, e as conjunções se repetirem em posições em torno de determinados pontos das órbitas dos planetas. Neste caso temos uma *libração* (que é um sinônimo da palavra oscilação). (Num sistema simplificado, é como se o ponto de conjunção se portasse como um sistema massa-mola ou um pêndulo). Graficamente, uma libração pode ser vista na Figura 3b, onde a curva de excentricidade não toca o eixo y do plano cartesiano, e o ângulo θ oscila em torno de zero com determinada amplitude (no caso, cerca de 45°).

Voltando ao problema deixado na Seção 2.2, na tentativa de melhorarmos nossa definição de ressonância sem um tratamento matemático rigoroso, poderíamos dizer que, em sistemas em ressonância, sempre ocorre uma libração das conjunções. Quando o sistema está próximo de uma comensurabilidade, mas com movimento de circulação das conjunções, o sistema é dito estar em quase-ressonância.

É importante notar o seguinte ponto sobre o conceito de ressonância: a associação de libração com ressonância dada acima normalmente é utilizada para altos valores de excentricidade. No entanto, existe uma libração, no domínio de valores bem baixos de excentricidade, que em geral não é associada à ressonância “principal”. Ela é chamada de libração *paradoxal*, onde, geralmente, o valor da excentricidade forçada é sempre muito pequeno (é como redesenhar a Figura 3b com P próximo da origem, mas com a curva não tocando o eixo y). No Sistema Solar, existe um caso de ressonância paradoxal, como veremos adiante.

2.4 Exemplos de sistemas ressonantes

Os planetas gigantes do Sistema Solar e alguns sistemas planetários extra-solares são palcos de várias ressonâncias, algumas das quais mostramos na Tabela 1.

Certas ressonâncias entre asteróides e Júpiter podem explicar, por exemplo, os enormes valores de excentricidade de alguns asteróides. Devido à ressonância 3/1, as órbitas de asteróides da ressonância sofreriam grandes variações, o que os levaria a cruzar a órbita dos planetas interiores (como Marte). Estes repetidos cruzamentos com Marte, durante milhões e milhões de anos, podem ser responsáveis por uma gradual mudança de sua órbita inicial, fazendo-os até cruzar o Sistema Solar interior, ou mesmo ser ejetado do Sistema Solar. Como apontado no final da Seção 2.1, esta seria uma explicação para as lacunas na distribuição de asteróides no cinturão principal, e também uma explicação para a origem de meteoritos na Terra (que são compostos por substâncias similares às que compõem alguns asteróides). Para uma leitura *não técnica* deste assunto, nós indicamos o artigo de C. Murray citado na Seção 5.

No caso de sistemas planetários, as ressonâncias podem ser responsáveis pela “estabilidade” do sistema, no sentido de prevenir repetidos encontros próximos, como vimos acima na discussão da Figura 4. Isto pode ser a chave para entender a existência de certos sistemas planetários “exóticos” recentemente descobertos, por intervalos de tempo muito grandes (isto é, entender estabilidade do sistema). Estes sistemas novos são bem diferentes do Sistema Solar, mesmo do sistema exterior: planetas com massas da ordem de várias vezes a massa de Júpiter, em órbitas muito excêntricas, e muito próximas da estrela central (ver Tabela 1). Como exemplo, a configuração orbital mostrada na Figura 4b se assemelha à do par de planetas orbitando a estrela Gliese 876 (GJ 876). As excentricidades das órbitas mostradas na Figura 4b estão exageradas quando comparadas aos valores dados na Tabela 1 - principalmente o planeta externo, cuja órbita não é muito excêntrica.

Tabela 1: Exemplos de ressonâncias no Sistema Solar e em sistemas extra-solares. As massas são mostradas apenas para os planetas. *Para Mimas-Tethys, no lugar da excentricidade mostramos as inclinações, em graus.* Os dados dos planetas extra-solares foram obtidos de Schneider (2005). As massas e excentricidades dos planetas do Sistema Solar e dos satélites foram tiradas de Murray e Dermott (2001), assim como os períodos orbitais dos satélites.

ESTRELA ou PLANETA	PLANETA ou SATÉLITE	MASSA (M_j =MASSA DE JÚPITER; M_t =MASSA TERRESTRE)	PERÍODO ORBITAL (d=dia terrestre; a=ano terrestre)	EXCENTRI- CIDADE (f=valor forçado pela ressonância)	RESSONÂNCIA (*: ver discussão na Seção 3.2)
Sol	Júpiter	317,83 M_t	11a 314 d	0,048	Quase-ressonância 5/2
	Saturno	95,16 M_t	29a 167 d	0,054	
	Urano	14,53 M_t	84 a 7 d	0,047	Quase-ressonância 2/1
	Netuno	17,14 M_t	142a 80 d	0,008	
	Netuno				3/2
	Plutão	0,0021 M_t	247a 249 d	0,248	
Júpiter	Io		1,769138 d	0,0041 (f)	2/1
	Europa		3,551810 d	0,0101 (f)	
	Europa				2/1
	Ganimesdes		7,154553 d	0,0015 (f)	
Saturno	Mimas		0,9424218d	1,53 (f)	2/1
	Tethys		1,887802 d	1,09 (f)	
	Enceladus		1,370218 d	0,0045 (f)	2/1 (*)
	Dione		2,736915 d	0,0022 (f)	
	Titan		15,945421 d	0,0292	4/3
	Hyperion		21,276609 d	0,1042 (f)	
Pulsar PSR B1257+12	Planeta B	4,25 M_t	66,544 d	0,0186	Quase-ressonância 3/2
	Planeta C	3,873 M_t	8,218 d	0,0252	
HD 82943	Planeta 1	1,7 M_j	219,5 d	0,39	2/1
	Planeta 2	1,8 M_j	436,2 d	0,15	
GJ 876	Planeta C	0,766 M_j	30,569 d	0,244	2/1
	Planeta B	0,206 M_j	60,128 d	0,039	

3. Marés

3.1 O fenômeno das marés

As marés oceânicas são bem conhecidas aqui na Terra. As marés ocorrem por que a Terra não é uma partícula, e a atração gravitacional da Lua atua sobre cada ponto da Terra e dos oceanos com forças de diferentes módulos, uma vez que o campo gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância. O que ocorre é que os pontos da Terra mais próximos da Lua sofrem atrações gravitacionais maiores que os pontos mais distantes. Esta diferença de forças tem como efeito final uma deformação da forma da Terra e da camada oceânica (distorção de maré). A deformação dos oceanos é representada por um bojo, como mostra a Figura 5 abaixo. O Sol também contribui para maré, e seu efeito é cerca que duas vezes menor que o lunar. Para maiores detalhes não-técnicos, ver Boczko, 1988, Capítulo XVII; ver também o material de divulgação com simulações realizado por R. Groleau em <http://www.pbs.org/wgbh/nova/venice/tides.html>.

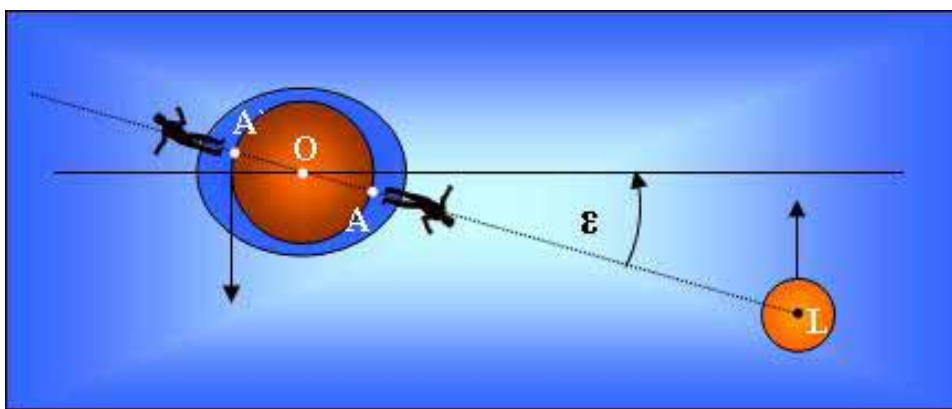


Figura 5. Bojo de maré causado pela atração gravitacional diferencial da Lua (L) sobre os oceanos (azul) da Terra. Note que o bojo não fica apontado na direção da Lua, mas deslocado de um ângulo $\varepsilon \approx 3^\circ$ (Goldreich, 1972), medido da linha de alinhamento dos pontos A e A' com a Lua e com vértice em O, segundo mostra a geometria. Neste caso, o bojo de maré é localizado “adiante” da Lua, de modo que pontos opostos da Terra chegam “atrasados” à maré alta (em relação ao caso sem atrito - em que o bojo estaria alinhado com a Lua). Isto é, as marés altas em A e A' ocorrem depois do alinhamento A'-O-A-L. Esta configuração ocorre quando a velocidade de rotação do planeta é maior que o movimento médio do satélite. (As dimensões dos corpos e as distâncias não estão na mesma escala. As setas indicam os sentidos de movimento de rotação da Terra e translação da Lua.)

Uma consequência da deformação da Terra é o atrito. Uma das parcelas deste atrito surge entre as correntes oceânicas que são geradas pela maré e o leito dos oceanos. Em qualquer sistema mecânico com atrito, há variação de energia mecânica, a qual se dissipa em forma de calor. No caso da maré, esta dissipação gera calor na Terra.

A taxa de dissipação de energia devido à maré pode ser calculada da seguinte forma. Utilizando o formalismo do oscilador harmônico forçado com amortecimento, pode-se mostrar (ver Murray e Dermott, 2001, Seção 4.9) que o efeito de maré é responsável por um “desalinhamento” do bojo de maré em relação à direção ligando os centros da Terra e da Lua, como mostra a Figura 5. Como não existe alinhamento, além da força gravitacional central terrestre, existe um torque causado pelo bojo sobre o movimento do satélite, e, pelas leis de Newton, um torque igual e oposto atuando na rotação da Terra. O efeito total destes torques é a diminuição da energia mecânica total do sistema

(energia de rotação da Terra + energia de translação da Lua). Por outro lado, o momento angular total do sistema, suposto isolado, deve ser conservado, e em consequência, o sistema se move de tal forma a mantê-lo constante. Como consequência, a velocidade de rotação terrestre diminui, e a distância Terra-Lua aumenta. De fato, o efeito de maré lunar faz aumentar o semi-eixo maior da órbita lunar a uma taxa de 3,74 cm/ano (a Lua se afasta da Terra), e a rotação da Terra fica mais lenta a uma taxa de 0,002 segundo por século. A expansão da órbita lunar pela maré foi confirmada experimentalmente com *laser* e utilizando refletores instalados na Lua pelas missões lunares (como Apollo, por exemplo).

Como apontado acima, as conclusões anteriores podem ser obtidas da interpretação das soluções de equações análogas às dos osciladores harmônicos forçados e amortecidos da Física. Aos leitores interessados, recomendamos a leitura do interessante artigo de Goldreich (1972).

De maneira análoga à descrita acima para o caso terrestre, a Lua também sofre efeitos de maré devido à força gravitacional terrestre. Como a Lua é um satélite com rotação sincronizada com o seu movimento de translação⁵, cujo período é da ordem de 27,3 dias, os efeitos de maré da Terra sobre a Lua podem ser decompostos em basicamente três componentes: 1) um bojo de maré na direção da Terra acompanhando o movimento sincronizado, mas como se a Lua tivesse uma órbita circular; 2) maré radial na Lua, que deve ocorrer, uma vez que a distância Terra-Lua varia (uma vez que órbita da Lua não é circular); 3) maré libracional, que ocorre por causa de uma oscilação (libração) do bojo de maré lunar mencionado acima. O mecanismo da maré libracional envolve uma explicação mais detalhada, mas ela ocorre basicamente também devido ao fato da órbita lunar ser elíptica (ver Murray e Dermott, 2001).

As marés descritas acima causam atrito nas camadas internas da Lua, e os efeitos de dissipação de maré no interior do satélite causam o aquecimento do seu interior e a “circularização” da sua órbita (ou seja, a excentricidade tende à zero por causa do atrito gerado pela maré *na* Lua). Quando ocorre sincronização entre a rotação do satélite e a translação (como exposto acima), pode-se mostrar que a tendência à “circularização” da órbita ocorre basicamente devido ao fato do momento angular total do sistema (rotação e translação da Lua) ser conservado, mas a energia mecânica total não o ser, devido ao atrito na Lua. Estando em estado síncrono, a excentricidade e o semi-eixo maior devem variar⁶.

A dissipação de energia interna devido à maré não é um fato exclusivo da Lua. Na verdade todos os satélites regulares do Sistema Solar sofrem ou sofreram efeitos dissipativos de maré importantes devido à ação de seus respectivos planetas gigantes. A qualidade de “regular” dada acima existe, pois os satélites do Sistema Solar mais conhecidos são divididos, basicamente, em regulares e irregulares. Os assim chamados regulares possuem, em geral, grandes dimensões (alguns de dimensões “planetárias”) e forma quase esférica. Outra característica dos regulares é que as órbitas são próximas de seus planetas (com semi-eixos da ordem alguns de raios do planeta, ou dezenas), sendo estas quase circulares⁷. Estes satélites provavelmente surgiram diretamente de uma nuvem de gás e poeira que circundava os planetas durante a fase de formação planetária,

⁵ O que é responsável pelo fato da Lua sempre mostrar a mesma “face” para a Terra.

⁶ É importante notar que dentre os dois termos de maré no satélite, a energia dissipada devido à maré libracional é cerca de 30% maior que a energia gerada pela maré radial.

⁷ Supondo que o planeta da Figura 2 seja um planeta gigante do Sistema Solar, e que o plano de referência seja o equador do planeta, o satélite desenhado na Figura 2 não corresponderia a nenhum caso real de satélite regular, devido ao alto valor de excentricidade e inclinação, apesar de estar localizado próximo do planeta.

através de complexos processos (ainda não totalmente compreendidos) de acumulação gravitacional da matéria constituinte da nuvem. Alguns satélites regulares estão listados na Tabela 2. Os irregulares são pequenos, com formas bastante irregulares (são parecidos com asteróides), e se distribuem em órbitas bem distantes de seus planetas, excêntricas e inclinadas. Uma das teorias que explicam a origem dos satélites irregulares argumenta que eles são realmente asteróides que foram capturados pelos planetas gigantes na época da formação planetária⁸.

3.2 Marés e ressonâncias

Em alguns casos, a dissipação de energia no interior do satélite pode ser responsável pela “fusão” de camadas internas, causando vulcões ativos e a possibilidade da remodelagem da superfície do satélite (como o exemplo de Enceladus discutido na Seção 1). A dinâmica envolvida nestes processos é extremamente complexa e depende de cada sistema em particular. No entanto, algumas características são comuns, como veremos brevemente abaixo.

Tabela 2: Satélites regulares do Sistema Solar (*)

PLANETA	SATÉLITE	DISTÂNCIA DO PLANETA (km)	RAIO MÉDIO (km)
Júpiter			$R_J=71.398$
	Io	421.600 (~5,90 R_J)	1.821
	Europa	670.900 (~9,40 R_J)	1.565
	Ganimesdes	1.070.000 (~14,98 R_J)	2.634
	Calisto	1.883.000 (~26,37 R_J)	2.403
Saturno			$R_S=60.330$
	Mimas	185.520 (~3,07 R_S)	199
	Enceladus	238.020 (~3,94 R_S)	249
	Tethys	249.660 (~4,14 R_S)	530
	Dione	377.400 (~6,25 R_S)	560
	Rhea	527.040 (~8,74 R_S)	764
	Titan	1.221.850 (~20,25 R_S)	2.575
Urano			$R_U=26.200$
	Miranda	129.800 (~4,95 R_U)	235
	Ariel	191.200 (~7,30 R_U)	579
	Umbriel	266.000 (~10,15 R_U)	585
	Titania	435.800 (~16,63 R_U)	789

(*) Para comparação, os raios médios da Terra, Lua, Mercúrio e Plutão são 6.378 km, 1.737,53 km, 2.440 km e 1.137 km, respectivamente. Dados retirados de Murray e Dermott, 2001. Ver também: <http://ssd.jpl.nasa.gov>, <http://www.seds.org/billa/tnp>.

⁸ Existe uma terceira classe de satélites, os quais se encontram muito próximos de seus planetas, abaixo das órbitas dos satélites regulares. Estes satélites estão sendo descobertos recentemente através de análises das fotos enviadas pelas sondas espaciais, tais como Voyager 1 e 2, Galileu e Cassini. A origem destes satélites é ainda motivo de recentes pesquisas na área de satélites naturais. Além disso, a Lua, Tritão e Caronte não se enquadram em nenhuma destas classes. No caso da Lua isto ocorre por ter uma órbita distante e inclinada, e ter uma massa cerca de 81 vezes menor que a da Terra somente; Tritão por ter órbita retrógrada (no sentido horário) em torno de Netuno; e Caronte por ter a maior massa relativa ao planeta do Sistema Solar (a massa de Plutão é cerca de 8,46 vezes maior que a massa de Caronte).

Como vimos, os principais efeitos das marés no satélite são a “circularização” de sua órbita e o aquecimento interno. Vamos supor, no entanto, que algum mecanismo mantenha a excentricidade da órbita do satélite diferente de zero. Neste caso, o aquecimento interno seria mantido, e serviria como uma fonte de calor para o satélite. Existe uma maneira de fazer com que a excentricidade do satélite mantenha-se com um valor diferente de zero? Isto é possível no caso de satélites em ressonância, e é neste ponto que relacionamos o conceito de ressonâncias com as marés nos satélites.

Na Seção 3.1 vimos brevemente que os efeitos de maré dos satélites sobre o planeta podem afastá-los dos mesmos, como é o caso da Lua atualmente. Vamos supor o caso de dois satélites, ambos em estado síncrono de rotação/translação. À medida que eles se afastam de seus planetas pelas marés causadas *por eles no planeta*, suas órbitas podem atingir configurações de ressonância, uma vez que os seus períodos orbitais variam, tornando-se maiores. Quanto mais distantes das configurações ressonantes, mais as excentricidades tendem a zero (“circularização”), devido às marés causadas *pelo planeta nos satélites*. No entanto, quanto mais próximos de uma comensurabilidade exata, as excentricidades *podem* crescer e oscilar em torno dos valores forçados, como vimos brevemente na Seção 2.2. Como resultado, em ressonância, os satélites poderão continuar a sofrer efeitos de dissipação internos devidos à maré, uma vez que o valor forçado não é reduzido pela maré. Este efeito *dissipativo continuado* pode causar o derretimento das camadas internas, vulcanismo e remodelagem das superfícies⁹.

No Sistema Solar existem vários exemplos de sistemas de satélites em ressonâncias de movimentos médios as quais elevaram os valores das excentricidades (ver Tabela 1). Vamos discutir brevemente os casos de Io, Europa e Enceladus, deixando de lado, por brevidade, casos igualmente interessante como as histórias de Miranda, Titan, Tritão, Ariel etc.

O satélite Io, de Júpiter, é o corpo com o maior vulcanismo em atividade do Sistema Solar, com mais de 100 vulcões em atividade (Figura 6; ver também Johnson, 2005). A dissipação de maré em Io só é possível por causa da excentricidade $e_f=0,0041$, forçada pela ressonância com a lua Europa. Sem a ressonância, a dissipação de maré nos satélites iria circularizar as órbitas e cessar o aquecimento. Tal ressonância também causa uma excentricidade forçada em Europa ($e_f=0,0101$), tornando a maré a principal fonte de dissipação interna deste satélite¹⁰.

A Figura 7a mostra um desenho com uma possível estrutura interna de Europa, baseado em uma série de dados experimentais precisos do campo gravitacional e do campo magnético de Europa obtidos pela sonda Galileu. Segundo estas medidas, Europa teria núcleo de ferro e níquel envolvido por uma camada de rocha. Esta camada rochosa seria coberta por uma camada de água em estado líquido logo abaixo da superfície de satélite (camadas em azul e branco na Figura 7a, mostrando as quantidades relativas em escala).

⁹ De fato, a “circularização” das órbitas atua no sentido de zerar as oscilações livres ou transientes, (isto é, a excentricidade livre tende a zero), restando somente o estado estacionário, dado pelo termo de excentricidade forçada (de maneira análoga aos osciladores harmônicos forçados com amortecimento).

¹⁰ O cenário é complexo, uma vez que existem mais ressonâncias no sistema, devido à outra comensurabilidade existente entre os períodos de Europa e Ganimedes (ver Tabela 1). De fato, isto é responsável pelo único caso, no Sistema Solar, de uma ressonância de três corpos massivos, chamada ressonância Laplaciana, onde os movimentos médios de Io, Europa e Ganimedes são comensuráveis da forma

$n_{Io} - 3n_{Europa} + 2n_{Ganimedes} = 0$ (ver Peale et al., 1979).

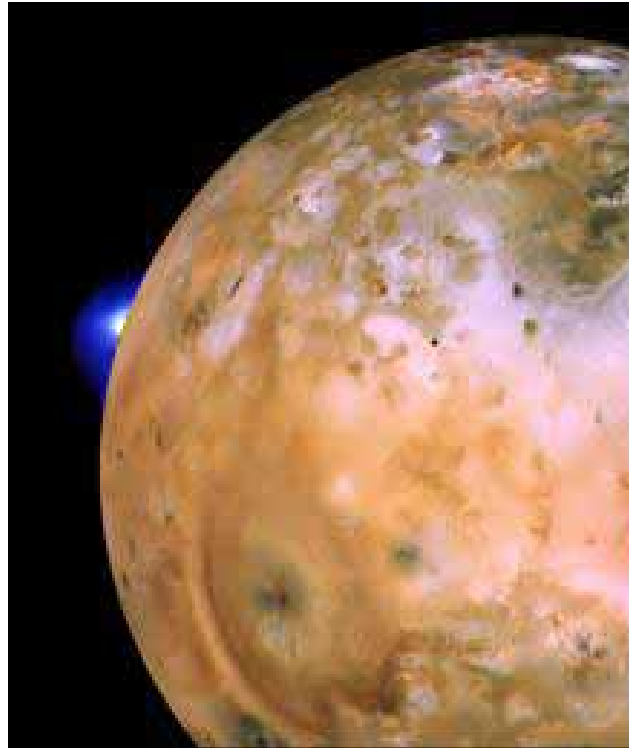


Figura 6. Vulcão ativo em Io, satélite regular de Júpiter, fotografado pela sonda espacial Voyager 1, (FONTE: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA00010>)

Não é certa a existência de um oceano subterrâneo em Europa no presente (ver Figura 7b). A possibilidade da existência de água em estado líquido a 20 ou 30 km de profundidade, devido à dissipação de maré, sugere especulações sobre a existência de vida em Europa. Aos leitores interessados neste intrigante tópico, ver Achenbach (2000), Pappalardo et al. (2005).

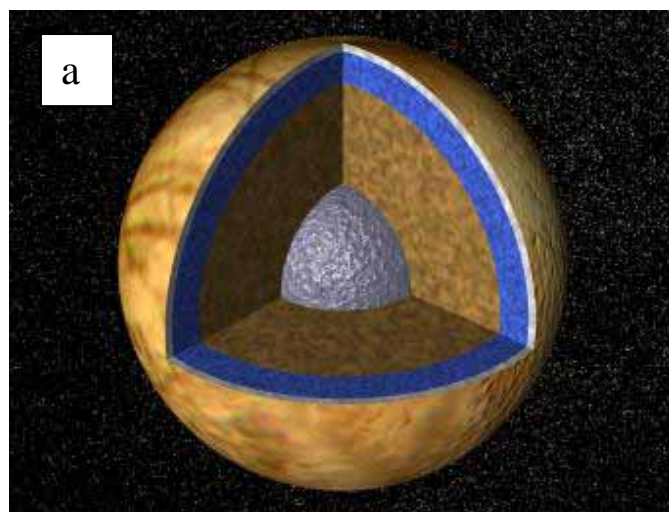


Figura 7.(a) Modelo de estrutura interna do satélite Europa, de Júpiter. (FONTE: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/target/Europa>).

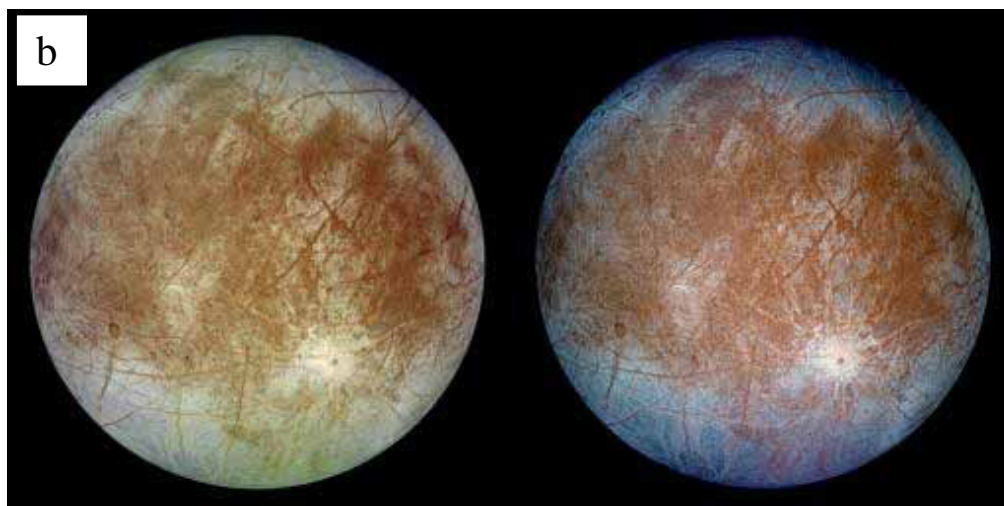


Figura 7.(b) Fotografias de Europa obtidas pela sonda Galileu em 7/9/1996, a uma distância de cerca de 677.000 km do satélite. As duas imagens mostram Europa em diferentes tons de cor: à esquerda, a cor é próxima à verdadeira; à direita, a cor é falsamente modificada com objetivo de evidenciar a existência de gelo (tons de azul) na superfície (ver explicação detalhada em: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA00502>). Regiões marrons são formadas de rocha vindo do interior do satélite devido a impactos ou vulcanismo. Os riscos que aparecem são fraturas no gelo da superfície. A cratera que aparece abaixo, à direita é chamada de Pwyll, e tem cerca de 50 km de diâmetro.

O caso do satélite Enceladus é complexo (ver Peale, 2003). Imagens recentes da sonda Cassini confirmam velhos dados e fornecem novos elementos para explicar a remodelagem da superfície do satélite Enceladus. Algum vulcanismo gerado no interior de Enceladus pela maré *de* Saturno teria sido a fonte de matéria interior para a superfície, matéria esta formada, dentre outros elementos, por água, gás carbônico e metano. No entanto, este cenário requer, dependendo de modelos de estrutura interna do satélite, um valor suficientemente alto da excentricidade forçada de Enceladus, maior que o atual¹¹. Por outro lado, a composição interna de Enceladus não é conhecida, e substâncias diferentes do gelo, tal como amônia, diminuiria a temperatura de “fusão” de camadas interiores. Até o momento, no entanto, não foi detectada a presença de amônia na superfície do satélite.

Várias destas questões estão sendo fortemente discutidas no atual momento¹². As últimas análises de imagens obtidas pela Cassini mostram evidências de emissão de partículas, formadas por água, dentre outras substâncias, na região sul do satélite. (Ver http://science.nasa.gov/headlines/y2006/09mar_enceladus.htm, <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA07801>). Estas observações comprovam definitivamente a hipótese de vulcanismo induzido por efeitos de maré no interior do satélite, e fornece suporte para uma outra hipótese antiga: de que atividade vulcânica em Enceladus seja *uma* fonte de material para uma parte do complexo sistema de anéis de Saturno, o chamado anel *E*. No entanto, apesar de todas as evidências observacionais, modelos de estrutura interna do satélite, modelos dinâmicos de ressonância etc, ainda não foi obtida uma explicação definitiva para a origem da atividade vulcânica num satélite de dimensões tão pequenas¹³ e com excentricidade forçada idem.

¹¹ De fato a ressonância presente no caso de Enceladus-Dione é do tipo paradoxal (ver Seção 2.3 e Tabela 1)

¹² Ver o volume especial no. 311, dedicado à lua Enceladus publicado pela revista Science, <http://sciencemag.org>

¹³ Pelo fato de ser pequeno, outras fontes de calor interno, tal como o gerado por elementos radioativos, contribuem pouco para o calor interno total.

4. Conclusões

As ressonâncias de movimentos médios aparecem em vários sistemas de satélites naturais e planetários, e podem tanto ser responsáveis pela estabilidade, quanto pela instabilidade do sistema.

Os efeitos dissipativos de maré entre satélites naturais e seus planetas podem ser a chave para explicar a formação das ressonâncias observadas em vários sistemas. As ressonâncias podem manter valores de excentricidade próximos dos valores críticos para que haja derretimento interno e vulcanismo ativo ou episódico em alguns satélites (tais como Io e Europa). As implicações deste aquecimento são inúmeras, tal como a remodelagem da superfície do satélite (Io, Enceladus), e a existência de oceanos subterrâneos (como em Europa, Enceladus).

AGRADECIMENTOS. O autor agradece ao convite realizado pelos professores P. Bretones e J. Horvath para escrever esta contribuição, ao Dr. T. Yokoyama e Dra. T. Stuchi pela leitura do manuscrito, e Gilberto Girello (DEMAC/IGCE/UNESP/Rio Claro), por confeccionar as figuras 2-5. Especial agradecimento aos revisores, por suas importantes sugestões.

5. Bibliografia

- Achenbach, J, 2000. *Life Beyond Earth*. National Geographic, 24-51.
- Boczko, R., 1988. *Conceitos de Astronomia*. Editora Edgard Blücher Ltda.
- Goldreich, P., 1972. *Tides and the Earth Moon System*. Scientific American 226, 4, 43-52.
- Groleau, R. *What causes the tides?*
<http://www.pbs.org/wgbh/nova/venice/tides.html>
- Johnson, T. V., 2005. *Júpiter e suas luas*. Scientific American Brasil, Edição Especial 9, 56-65.
- Filho, K. S. O., Saraiva, M. S. O. *As três leis de Kepler sobre o movimento dos planetas*. Em: <http://astro.if.ufrgs.br/Orbit/orbits.htm>
- Malhotra, R., 1998. *Orbital Resonances and Chaos in the Solar System*. Em: Solar System Formation and Evolution. ASP Conference Series, Editado por D. Lazzaro et al., 149, 37-63. Murray, C.. *Is the solar system stable?*
<http://www.fortunecity.com/emachines/e11/86/solarsys.html>
- Murray, C., Dermott, S. F., 2001. *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press.
- Nussenzveig., H. M., 2002a. *Curso de Física Básica Vol. 1, Mecânica*. 4ª edição. Editora Edgard Blücher Ltda.
- Nussenzveig., H. M., 2002b. *Curso de Física Básica Vol. 2, Fluidos, Oscilações, Ondas e Calor*. 4ª edição. Editora Edgard Blücher Ltda.
- Pappalardo, R. T., Head, J. W., Greeley, R., 2005. *Em Europa, um oceano oculto*. Sci. Amer. Brasil, Edição Especial 9, 66-73.
- Peale, S. J., 1976. *Orbital resonances in the solar system*. Annual review of astronomy and astrophysics 14, 215-246.
- Peale, S. J., Cassen, P., Reynolds, R. T., 1979. *Melting of Io by tidal dissipation*. Science 203, 892-894.

Nelson Callegari Jr.

Peale, S. J., 2003, *Tidally induced Volcanism*. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 87, 129-155.

Resnick, D., Halliday, D., Krane, K. S., 2002. *Física 2*. 5ª edição. LTC Editora.

Schneider, J., 2005. *Extrasolar planets catalog*.

Em: <http://cfa-www.harvard.edu/planets/catalog.html>