



---

# **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**

---

**Revista Latinoamericana de Educación en Astronomía  
Latin-American Journal of Astronomy Education**

**n. 3, 2006**

**ISSN 1806-7573**



## **REVISTA LATINO-AMERICANA DE EDUCAÇÃO EM ASTRONOMIA**

---

### Editores

Paulo Sérgio Bretones (Inst. Sup. de Ciênc. Aplic.)  
Luiz Carlos Jafelice (Depto. Fís./Univ. Fed. Rio Grande do Norte)  
Jorge Horvath (Inst. Astr., Geof. e Ciênc. Atm./Univ. São Paulo)

### Corpo Editorial

#### Brasil

Roberto Boczko (Inst. Astr., Geof. e Ciênc. Atm./Univ. São Paulo)  
Amâncio Friaça (Inst. Astr., Geof. e Ciênc. Atm./Univ. São Paulo)  
Fernando Antonio Pires Vieira (Fundação Planetário/Rio de Janeiro)  
Jorge Megid Neto (Fac. Educ./Univ. Estad. Campinas)  
Sérgio Mascarello Bisch (Depto. Fis./Univ. Fed. Espírito Santo)

#### Argentina:

Horacio Tignanelli (Fac. Cienc. Astron. y Geof./Univ. Nac. La Plata y Min. Educ., Cienc. y Tecn. de la Nación)

#### Chile:

Maria Isabel Ormeño Aguirre (Dep. de Física/Univ. de Santiago de Chile)

#### Uruguai:

Gabriel Otero Gaynicotch (Asoc. Profes. Astron. del Uruguay)

#### México:

Julieta Fierro (Inst. Astron./Univ. Aut. México)

### Direitos

© by autores

Todos os direitos desta edição reservados

Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia

É permitida a reprodução para fins educacionais mencionando as fontes

Esta revista também é disponível no endereço: [www.iscafaculdades.com.br/relea](http://www.iscafaculdades.com.br/relea)

Bibliotecária: Rosemeire Zambini CRB 5018

Diagramação: Antonio Mateus Locci

André Teté

Felipe de Miranda e Souza

Ficha catalográfica elaborada pela  
equipe técnica da Biblioteca do ISCA Faculdades

Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia - RELEA / Instituto  
Superior de Ciências Aplicadas. n.3 2006 . Limeira, 2006 [online].

Irregular

ISSN 1806-7573

1. Astronomia – Periódicos. 2. Educação

CDD: 520

## Editorial

Chegamos ao terceiro número. Com três artigos. Três trabalhos de qualidade, como os que publicamos anteriormente. Porém, relativamente poucos. A carência de artigos em educação em astronomia, já discutida em maior profundidade no último editorial, permanece. Sentimos um ligeiro aumento no número de submissões, provavelmente consequência da *Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia* (RELEA) começar a ser mais conhecida. O número de artigos aprovados no processo de arbitragem, contudo, ainda é pequeno.

A partir deste semestre planejamos uma investida mais intensa e abrangente na divulgação da Revista. Em particular, apresentaremos o painel "The First Two Years of the Latin-American Journal of Astronomy Education (RELEA)", na Sessão SPS5 da próxima reunião da União Astronômica Internacional (XXVI<sup>th</sup> General Assembly of the International Astronomical Union), a realizar-se em Praga, em agosto deste ano. Nessa reunião, além da apresentação desse trabalho, estaremos atuando em outras frentes especificamente para divulgar a RELEA em nível mundial entre aqueles que trabalham em educação em astronomia. Além disto, estaremos divulgando a Revista em diversos outros encontros e instâncias, através de diferentes canais de comunicação. Esperamos que isto se reflita em maior número de submissões e de artigos aceitos a médio prazo.

Gostaríamos de estabilizar a publicação em dois números por ano, com cerca de cinco artigos por número. A não ser que uma agradável surpresa nos mostre que há produção de qualidade para superar tal meta, o que abraçaremos imediatamente. Neste sentido, contamos, desde já, mais uma vez, com o apoio dos interessados na área, tanto na submissão de trabalhos, como na divulgação da RELEA entre colegas e em seus setores de atuação profissional.

Os artigos do presente número cobrem assuntos bastante distintos na área.

No artigo *Astronomía en la Escuela - Medición de la Distancia Tierra-Luna*, Santiago Paolantonio e Olga I. Pintado discutem práticas observacionais diversas realizadas, na forma de experiência-piloto, em mais de vinte escolas, de nove cidades, da Argentina. Essas práticas foram desenhadas para aplicação no nível médio de ensino e visaram aproximar os estudantes da ciência através de conteúdos astronômicos e da realização de uma medida básica na história da astronomia e dos cálculos a ela associados. Utilizaram-se recursos atuais em tecnologia da informação e comunicação para organizar essa experiência didática de modo descentralizador, o que, na opinião dos autores, contribuiu bastante para o sucesso da mesma. São discutidos também detalhes operacionais, úteis para quem quiser reproduzir a experiência, que visam coordenar as diversas instâncias e variáveis presentes, como, por exemplo, a inserção das atividades propostas nesse projeto no ano letivo das escolas participantes (normalmente já preenchido com muitas outras prioridades e exigências), épocas mais propícias para as medidas astronômicas previstas, a busca de professores interessados, feita através de associações de astrônomos amadores, e a articulação entre todos que se dispuseram a participar da experiência, entre outras providências necessárias ao bom andamento do projeto.

O trabalho *Revivendo Eratóstenes*, de Paulo Cesar R. Pereira, explora didaticamente a reprodução da histórica experiência de Eratóstenes, de determinação do raio terrestre, no século II a.C. Usando recursos de tecnologia da informação e comunicação atualmente disponíveis, entre outros recursos mais tradicionais, como, por exemplo, quando recorrem a um modelo da Terra em uma bola de isopor para análises quantitativas, o autor e seus colaboradores realizam uma prática para se determinar a circunferência da Terra. Estiveram envolvidos participantes de quatro cidades brasileiras e de oito cidades de outros países. Uma das vantagens do método proposto é a possibilidade de se utilizar duas cidades quaisquer no

experimento, independente de suas longitudes (desde que com diferentes latitudes; embora evidenciou-se que quanto menor a distância entre as cidades, maior o erro cometido). A coordenação dessa vasta rede de colaboradores ficou sob a responsabilidade da Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro, em parceria com outras instituições brasileiras e européias. Essa foi uma experiência didática interdisciplinar de fôlego e rica em conteúdos diversificados, passíveis de serem trabalhados desde as últimas séries do ensino fundamental até o nível superior. A experiência é descrita e comentada em bastante detalhe, permitindo que a mesma seja reproduzida com sucesso pelos interessados.

Em *Ressonâncias e Marés em Sistemas de Satélites Naturais*, Nelson Callegari Jr. discute conteúdos de dinâmica celeste aplicados na modelagem e interpretação de fenômenos observados no sistema solar que ainda permanecem sem explicação. É mencionado também, de passagem, algo sobre a física de ressonâncias para sistemas planetários extra-solares. Outros temas contemporâneos também contemplados dizem respeito à predominância de vulcões ativos em Io e a eventual existência de oceanos sob a crosta de Europa, satélite cogitado na literatura especializada como candidato a abrigar formas elementares de vida. Um objetivo central deste trabalho é a divulgação de alguns tópicos de mecânica celeste para o nível superior de ensino na área de ciências exatas.

Mais informações sobre a Revista e instruções para autores podem ser encontrados no endereço: [www.iscafaculdades.com.br/relea](http://www.iscafaculdades.com.br/relea). Os artigos poderão ser redigidos em português, castelhano ou inglês.

Nossos agradecimentos aos funcionários do ISCA e em especial à Diretora, Profa. MSc. Maria Cristina dos Santos Cruanhes, pelo apoio a esta publicação. Também agradecemos ao Prof. Felipe de Miranda e Souza pela editoração dos artigos, aos autores, aos árbitros e a todos aqueles que, direta ou indiretamente, nos auxiliaram na continuidade desta iniciativa e, em particular, na elaboração da presente edição.

Editores

Paulo S. Bretones

Luiz C. Jafelice

Jorge E. Horvath

## Editorial

We issue this third number with three articles. Three quality articles, like the ones we published before. However, still a relatively small number of them. The lack of articles in astronomy education, already discussed in some depth in the last Editorial, still remains. We experienced a slight increase in the number of submissions, likely a consequence of the *Latin-American Journal of Astronomy Education* (RELEA) beginning to be more widely known. However, the number of articles approved after the peer-review process is still small.

From this semester on we plan a more intense and wide effort for the disclosure of the Journal. In particular, we will present the poster "The First Two Years of the Latin-American Journal of Astronomy Education (RELEA)", at the SPS5 Session of the next meeting of the IAU (XXVI<sup>th</sup> General Assembly of the International Astronomical Union), to be held in Prague next August. In that meeting, and besides the presentation of the referred work, we will perform other actions to make the RELEA known worldwide among those working with astronomy education. We shall also present the Journal at several other meetings and other events, using a variety of communication channels. We hope that these actions can render a higher number of submissions and accepted articles in the mid-term.

We would like to stabilize the publication at two issues per year, with about five articles each, unless a nice surprising fact can show us the existence of a high-quality production to improve that figure, fact that we would embrace immediately. For this purpose we appeal again to the collaboration of the interested colleagues, not only to submit their papers to the Journal, but also to spread its existence and contents among other colleagues and within their professional places.

The articles of the present issue cover some widely different matters in Astronomy.

In the article *Astronomy at School – Measurements of the Earth-Moon distance*, Santiago Paolantonio and Olga I. Pintado discuss some observational techniques, applied as a test experience in more than twenty schools distributed in nine cities in Argentina. These techniques were devised to be applied at the high-school level and aim to attract the students to the sciences through astronomical issues and the performing of a fundamental measurement in the history of Astronomy, also including the necessary calculations. Modern resources in the technology of information and communications were employed to organize this didactical experience in a decentralized fashion, which in the author's opinions contributed for its success. Operational details were discussed, useful for those who wish to repeat the experience, devised to coordinate the several variables inherently present, for instance, the execution of the experience within the school year of the participant schools (usually already filled up with other priorities and requests), the most favorable epochs for the pretended measurements, the search of interested teachers through amateur astronomer associations and the coordination between the participants, among other things necessary for the smooth running of the project.

The work *Reviving Erathostenes*, by Paulo Cesar R. Pereira explores didactically the reproduction of the historical experiment by Erathostenes (II century b.C.) to determine the radius of the Earth. Using resources presently available in the technology of information and communications, besides some more traditional didactic resources like the use of an isopor ball for quantitative analyses, the author and collaborators perform a procedure to determine the Earth's circumference. Participants from four Brazilian cities and eight foreign cities were involved in this activity. One of the advantages of the proposed method is the possibility of using two arbitrary cities in the experiment, independently of their actual longitudes (given that their latitudes are different, although it became clear that the errors grow with decreasing distances). The coordination of this large collaboration network was the responsibility of the

*Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro*, working with other brazilian and european institutions. That was a wide scope interdisciplinary didactical experience, rich in diverse contents which can be applied from the late elementary grades to the undergraduate level. The experience is described and commented in detail, allowing it to be reproduced by the interested colleagues.

In *Resonances and Tides in Natural Satellite Systems*, Nelson Callegari Jr. discusses issues in celestial dynamics applied to the modeling and interpretation of Solar System phenomena that remain hitherto unexplained. It is also mentioned the issue of physics of resonances in extrasolar planetary systems. Other contemporary topics also discussed here include the dominance of active volcanos in Io and the possible existence of liquid oceans beneath the solid surface of Europa, a satellite considered in the specialized literature as a prime candidate to host elementary life forms. One of the main goals of this work is to show some important topics of Celestial Mechanics to the undergraduate level in hard sciences courses.

More information about the Journal and instructions for authors may be found at the address: [www.iscafaculdades.com.br/relea](http://www.iscafaculdades.com.br/relea). We remind that the articles may be written in Portuguese, Spanish or English.

Our acknowledgements to the personnel of ISCA, specially to the Director MSc. Maria Cristina dos Santos Cruanhes, for their support to this Journal. We also acknowledge Mr. Felipe de Miranda e Souza for his help in the handling of the papers, the authors, the referees and to all those who in some way helped us to continue with this project, and in particular with the preparation of this issue.

Editors

Paulo S. Bretones

Luiz C. Jafelice

Jorge E. Horvath

## Editorial

Llegamos al tercer número de la *Revista Latinoamericana de Educación en Astronomía* (RELEA) con tres artículos. Tres trabajos de calidad como los publicados anteriormente. Resultan, sin embargo, relativamente pocos. La carencia de artículos en educación en Astronomía, ya discutida en mayor profundidad en el último editorial se mantiene. Sentimos que hubo un pequeño aumento en el número de trabajos enviados para publicación, probablemente como consecuencia de que la RELEA comenzó a ser más conocida. Sin embargo, el número de artículos aprobados en el proceso de arbitraje todavía es bastante pequeño.

A partir de este semestre estamos planeando una campaña más intensa y amplia para la divulgación de la Revista. Específicamente presentaremos el poster "The First Two Years of the Latin-American Journal of Astronomy Education (RELEA)", en la Sesión SPS5 de la próxima reunión de la Unión Astronómica Internacional (XXVI<sup>th</sup> General Assembly of the International Astronomical Union), a ser realizada en Praga en agosto de este año. En dicha reunión, además de la presentación de este trabajo, actuaremos en otros frentes específicamente para divulgar la RELEA a nivel mundial entre aquellos que trabajan en educación en Astronomía. Además, divulgaremos la Revista en otros encuentros e instancias a través de diferentes canales de comunicación. Esperamos que esto se refleje en un número mayor de publicaciones y de artículos aceptados a mediano plazo.

Nos gustaría estabilizar la publicación en dos números por año, con alrededor de cinco artículos por cada número. Esto a menos que una agradable sorpresa nos muestre que hay producción de calidad para superar esa meta, lo cual aceptaríamos inmediatamente. En este sentido contamos desde ya, por una vez más, con el apoyo de los interesados en el área, tanto para la submisión de trabajos cuanto para la divulgación de la RELEA entre los colegas y en sus sectores de actuación profesional.

Los artículos de este número cubren asuntos bastante distintos en el área astronómica.

En el artículo *Astronomía en la Escuela - Medición de la Distancia Tierra-Luna*, Santiago Paolantonio y Olga I. Pintado discuten diversas prácticas observacionales, realizadas en forma de experiencia piloto, en más de veinte escuelas de nueve ciudades argentinas. Esas prácticas fueron diseñadas para aplicación en el nivel secundario de enseñanza y pretenden aproximar a los estudiantes a través de contenidos astronómicos y de la realización de una medida básica en la historia de la Astronomía con los cálculos a ella asociados. Se utilizaron recursos actuales en tecnología de la información y comunicación para organizar esa experiencia didáctica de modo descentralizado, lo cual contribuyó bastante para el éxito de la misma en la opinión de los autores. Son también discutidos los detalles operativos, útiles para quien quiera reproducirla, con el objetivo de coordinar adecuadamente las variables y circunstancias reales presentes, como por ejemplo la inserción de las actividades propuestas en el proyecto dentro del año lectivo de las escuelas participantes (normalmente atiborrado por otras prioridades y exigencias), épocas más propicias para efectuar las medidas previstas, búsqueda de profesores interesados a través de asociaciones de astrónomos aficionados y la articulación entre todos los que se dispusieron a participar, entre otras providencias necesarias para llevar el proyecto a buen puerto.

El trabajo *Reviviendo a Eratóstenes*, de Paulo Cesar R. Pereira, explora didácticamente la reproducción de la experiencia histórica de Eratóstenes en el siglo II. a.C. para la determinación del radio terrestre. Utilizando recursos de la tecnología de la información y comunicación actualmente disponibles, entre otros más tradicionales (como por ejemplo, cuando se recurre a un modelo de la Tierra en una bola de isopor para análisis cuantitativas), el autor y sus colaboradores realizan una práctica para determinar la circunferencia de la

Tierra. Participaron estudiantes de cuatro ciudades brasileras y de ocho ciudades de otros países. Una de las ventajas del método propuesto es la de poder utilizar dos ciudades cualesquier en el experimento, independientemente de sus longitudes (siempre y cuando estén a diferentes latitudes, aunque se verificó que cuanto menor es la distancia entre las ciudades, mayor resulta el error cometido). La coordinación de esa vasta red de colaboradores estuvo bajo la responsabilidad de la *Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro*, en asociación con otras instituciones brasileras y europeas. Resultó en una rica y amplia experiencia didáctica, plena de contenidos diversificados y pasibles de ser trabajados desde los últimos niveles de la escuela primaria hasta el nivel superior. La experiencia está descripta y comentada en detalle, permitiendo que sea reproducida con éxito por los interesados.

En *Resonancias y Mareas en Sistemas de Satélites Naturales*, Nelson Callegari Jr. discute contenidos de dinámica celeste aplicados a la modelación e interpretación de fenómenos observados en el Sistema Solar que aún permanecen sin explicación. Es mencionada de forma breve la física de resonancias para sistemas planetarios extrasolares. Otros temas contemporáneos también abordados son el predominio de volcanes activos en Io y la posible existencia de océanos debajo de la superficie de Europa, satélite considerado en la literatura especializada como un fuerte candidato para albergar formas elementales de vida. Uno de los objetivos centrales de este trabajo es la divulgación de algunos temas de la Mecánica Celeste para el nivel superior de enseñanza en el área de ciencias exactas.

Más informaciones sobre la Revista e instrucciones para los autores pueden ser encontradas en el link: [www.iscafaculdades.com.br/relea](http://www.iscafaculdades.com.br/relea). Los artículos podrán ser redactados en portugués, castellano o inglés.

Nuestros agradecimientos a los empleados del ISCA, y en especial a la Directora, Profesora. MSc. Maria Cristina dos Santos Cruanches, por el apoyo dado a esta publicación. También agradecemos al Prof. Felipe de Miranda e Souza por la editoración de los artículos, a los autores, árbitros y a todos aquellos que, directa o indirectamente, nos ayudaron en la continuidad de esta iniciativa, y en particular, en la elaboración de la presente edición.

Editores

Paulo S. Bretones

Luiz C. Jafelice

Jorge E. Horvath



**SUMÁRIO**

**1. ASTRONOMIA NA ESCOLA – MEDIDA DA DISTÂNCIA TERRA-LUA**

*Santiago Paolantonio / Olga I. Pintado* \_\_\_\_\_ 7

**2. REVIVENDO ERATÓSTENES**

*Paulo Cesar R. Pereira* \_\_\_\_\_ 19

**3. RESSONÂNCIAS E MARÉS EM SISTEMAS DE SATÉLITES NATURAIS**

*Nelson Callegari Jr.* \_\_\_\_\_ 39

**CONTENTS**

**1. ASTRONOMY AT SCHOOL – MEASUREMENTS OF THE EARTH-MOON DISTANCE**

*Santiago Paolantonio / Olga I. Pintado* \_\_\_\_\_ 7

**2. REVIVING ERATHOSTENES**

*Paulo Cesar R. Pereira* \_\_\_\_\_ 19

**3. RESONANCES AND TIDES IN NATURAL SATELLITES SYSTEMS**

*Nelson Callegari Jr.* \_\_\_\_\_ 39

**SUMARIO**

**1. ASTRONOMÍA EN LA ESCUELA - MEDICIÓN DE LA DISTANCIA TIERRA-LUNA**

*Santiago Paolantonio y Olga I. Pintado* ..... 7

**2. REVIVIENDO A ERATÓSTENES**

*Paulo Cesar R. Pereira* ..... 19

**3. RESONANCIAS Y MAREAS EN SISTEMAS DE SATÉLITES NATURALES**

*Nelson Callegari Jr.* ..... 39

# ASTRONOMÍA EN LA ESCUELA - MEDICIÓN DE LA DISTANCIA TIERRA-LUNA

*Santiago Paolantonio<sup>1</sup>*

*Olga I. Pintado<sup>2</sup>*

**Resumen:** Se plantea la propuesta de un proyecto educativo dirigido al Nivel Medio de enseñanza, consistente en la determinación de la distancia Tierra – Luna por paralaje. Se describen las técnicas de observación, mediciones y cálculos. Se proporcionan a continuación los resultados obtenidos en la experiencia piloto realizada en el 2003, la que permitió comprobar la factibilidad de llevar a cabo la propuesta, así como perfeccionar los diferentes aspectos involucrados en la misma.

**Palabras clave:** Astronomía, Educación, Paralaje, Luna.

## ASTRONOMIA NA ESCOLA – MEDIDA DA DISTÂNCIA TERRA-LUA

**Resumo:** Propomos neste trabalho um projeto educativo dirigido ao Ensino Médio que consiste na determinação da distância Terra-Lua pelo efeito da paralaxe. As técnicas de observação, medidas e cálculos auxiliares são descritos, e os resultados obtidos numa experiência-teste realizada no ano de 2003 apresentados. Este último teste permitiu comprovar a viabilidade de execução da proposta e aperfeiçoar diversos aspectos da mesma.

**Palavras-chave:** Astronomia, Educação, Paralaxe, Lua.

## ASTRONOMY AT SCHOOL – MEASUREMENTS OF THE EARTH-MOON DISTANCE

**Abstract:** The aim of this project is to approach High School students to Science. We propose to measure the Earth-Moon distance using the parallax. The observation and measurements techniques and all the calculations needed are described in this paper. The results obtained in a test experience realized during 2003 are presented. This test shows that this is a feasible project and also shows which things needed to be improved.

**Keywords:** Astronomy, Education, Parallax, Moon.

### 1. Introducción

Si algo caracteriza al mundo contemporáneo distinguiéndolo de épocas anteriores sin dudas es la Ciencia. Ésta es una actividad social compleja que pretende conocer y explicar el cosmos a través de una forma particular de analizarlo: “la metodología científica”.

La importancia que la Ciencia tiene para el desarrollo de un país es indiscutible, convirtiéndose actualmente en un claro indicador del grado de soberanía que éste posee.

---

<sup>1</sup> Grupo de Investigación en Enseñanza, Difusión e Historia de la Astronomía, del Observatorio Astronómico, Universidad Nacional de Córdoba. Equipo de Ciencias Naturales, DPPE, Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. Laprida 854, B° Observatorio, 5000, Córdoba, Argentina. 54 351 4809860. – e-mail: santiago@oac.uncor.edu

<sup>2</sup> Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas y Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología, Universidad Nacional de Tucumán. – e-mail: olga@tucbbs.com.ar

Su influencia se hace sentir en cada aspecto de la vida diaria, obligando a los ciudadanos a desarrollar actitudes reflexivas, críticas y fundamentadas hacia los procesos y productos de la misma, que les permitan resolver las situaciones problemáticas que se presentan.

En particular, Argentina posee una larga tradición científica y una extensa lista de logros que contribuyeron significativamente al desarrollo de la ciencia universal.

A pesar de lo dicho, en nuestra sociedad, la Ciencia ocupa un lugar secundario respecto a otros aspectos de la cultura. Un análisis detallado del porqué ocurre esto merecería numerosas líneas, pero probablemente sea principalmente el resultado del desconocimiento que se tiene sobre la misma Ciencia, a la que en general se considera ajena al quehacer cotidiano.

Aunque dar solución a esta situación es sumamente complejo, un aspecto que resulta imprescindible para tender a revertirla es incentivar la “alfabetización científica”<sup>3</sup> de los ciudadanos, especialmente en la escuela.

A partir de las anteriores consideraciones y tomando la propuesta realizada por el Dr. Alberto Maiztegui<sup>4</sup>, se diseñó un proyecto educativo que involucra al nivel medio de la enseñanza escolar, con el fin de ponerlo a disposición de los profesores como una herramienta que pueda contribuir con la mencionada alfabetización.

La propuesta pretende acercar a los alumnos a la Ciencia, a través de un trabajo de campo cuyo objeto es la determinación de la distancia que nos separa de la Luna. Se ha tomado como antecedente una experiencia similar realizada por G. C. Bates y F. G. Watson de la Universidad de Harvard en 1974.

La elección de una actividad relacionada con la Astronomía no es arbitraria. Más allá del gran interés que despierta en alumnos, profesores y en el público en general, ésta tiene especial importancia en la enseñanza de las Ciencias Naturales dadas las oportunidades que brinda para lograr la integración de las distintas disciplinas que la componen.

Se constituye en una excelente posibilidad para dar fuerza vivencial a conceptos abstractos que de otra manera son difíciles de enseñar y aprender, sean físicos, matemáticos o de otras tantas ramas del saber.

A la vez, por haber dado origen a la ciencia moderna en la mayoría de los países latinoamericanos, reviste una significación especial para esta región del planeta.

Por otro lado, los contenidos de la Astronomía están presentes en los diseños curriculares de la mayoría de los países, en general incluidos en disciplinas tales como la Geografía, la Física o la Matemática.

La propuesta fue pensada para que sea llevada a cabo por los alumnos a través de un trabajo en equipo, favoreciendo el contacto entre los distintos grupos participantes, los que situados necesariamente en localidades distantes, contarán con realidades diversas posibilitando de esta forma el enriquecimiento de la propia.

Es conveniente que la actividad sea planteada a los alumnos como una situación problemática, en la que deberá poner en práctica un considerable número de conocimientos,

---

<sup>3</sup> Por alfabetizar científicamente se entiende: “Formar ciudadanos capaces de intervenir crítica y comprometidamente en la realidad mediante la comprensión de algunas teorías y conceptos de las Ciencias Naturales, la aplicación de estrategias sistemáticas para la resolución de problemas que esa realidad plantea y la adopción de actitudes propias del quehacer científico que son útiles para el desarrollo personal, las relaciones interpersonales y la inserción social.” (Foures Geard, 1995).

<sup>4</sup> Presidente de la Academia Nacional de Ciencias hasta el año 2004, Córdoba, Argentina.

favoreciendo de este modo la integración de los mismos, aprovechando además todas las ventajas que para la enseñanza de las Ciencias Naturales brinda esta estrategia unida al trabajo de campo.

Se espera que a través de esta experiencia los educandos logren una mayor valoración de la Ciencia, comprendiendo el actuar de la misma y sus posibilidades, constituyéndose en multiplicadores en su participación presente y futura en la sociedad.

Es importante aclarar que el trabajo debe estar guiado por un profesor perteneciente a cualquiera de las disciplinas involucradas, el cual ayudará a los alumnos en la realización de las actividades y en la interpretación de los resultados obtenidos, tanto propios como de los restantes grupos participantes. Este docente, se constituye en el representante de la Institución a la que pertenece, la que de acuerdo a sus objetivos y en la medida de sus posibilidades, puede vincular el trabajo con las diversas disciplinas que se dictan o proyectos específicos que se desarrollan en la misma.

## 2. Actividad propuesta

La primera medición de la distancia a la Luna fue realizada por el astrónomo griego Aristarco de Samos a partir de la observación de los eclipses lunares. A pesar de que los resultados obtenidos distaban de los reales, estas determinaciones permitieron generar una nueva concepción del Universo. Hiparco, en el siglo II antes de Cristo, perfeccionó el método propuesto por Aristarco, logrando un valor muy similar al actualmente aceptado.

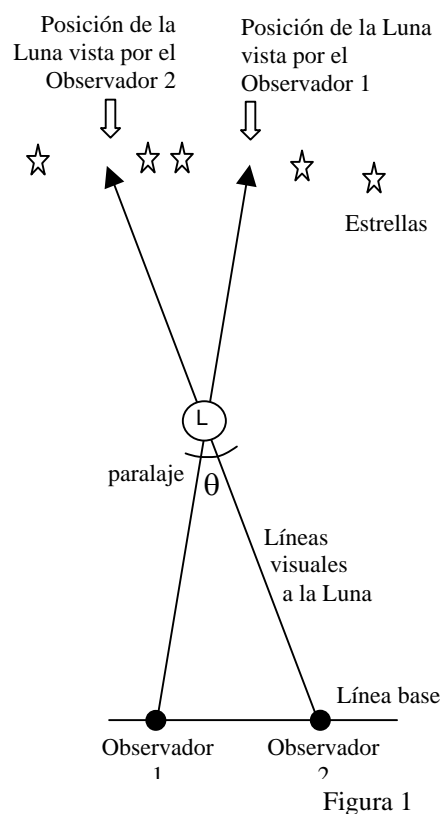
Siglos más tarde, Claudio Ptolomeo pudo medir la distancia por paralaje, consiguiendo de esta forma un resultado acorde al alcanzado por Hiparco.

El trabajo propuesto pretende determinar la distancia Tierra – Luna por una técnica similar a la empleada por este último astrónomo: la de la paralaje.

La Luna se encuentra relativamente próxima a la Tierra en comparación a las estrellas. Al ser observada desde dos puntos distantes entre sí en un mismo momento, ocupa respecto a éstas una posición distinta, fenómeno denominado “paralaje”. La misma resulta ser el ángulo que desde la Luna subtenden los dos puntos de observación,  $\theta$  en la figura 1.

Conociendo este valor, la separación entre los observadores y haciendo uso de sencillas relaciones trigonométricas al alcance de los alumnos, es posible encontrar la distancia deseada.

La parte experimental del trabajo consiste en la determinación del valor de la paralaje Lunar por medio de exposiciones fotográficas obtenidas desde dos sitios lo más distantes posibles.



Ampliadas las fotografías, la posición se calcula tomando con referencia a las estrellas y planetas de fondo, cuyas coordenadas exactas son conocidas al ser extraídas de un catálogo estelar.

Los cálculos necesarios para obtener el valor buscado son relativamente sencillos. Además, es posible simplificarlos sin que influya notablemente en la exactitud del resultado, con aproximaciones tales como considerar esférica a la Tierra. Otro aspecto que facilita esta operación es elegir los lugares de observación ubicados próximos a un mismo meridiano.

Para que el método elegido posea la precisión suficientemente, se requiere que la distancia entre los observadores sea la mayor posible. Cálculos previos indicaron valores del orden de los 1200 km para obtener errores comprendidos entre el 5 y el 10%, los cuales se consideran aceptables teniendo en cuenta los objetivos perseguidos.

Por otro lado, los resultados pueden ser mejorados si se promedian los obtenidos por diversos observadores.

### **3. Técnica observacional**

Se parte de la premisa de que las tomas fotográficas deben realizarse con una cámara normal de 35 mm, la que en general se encuentra al alcance de los alumnos.

Debido a su gran brillo, la imagen de la Luna queda indefinida en las fotografías por sobre exposición, haciendo imposible determinar con exactitud su centro. Para dar solución a este problema, es preciso obtener las tomas con fase creciente o menguante. De este modo, la zona “oscura” se distinguirá claramente gracias a la luz cenicienta, posibilitando delinear sin problemas el disco Lunar y obtener su posición con precisión. Mientras menor sea la zona iluminada mejor, la experiencia mostró que hasta el 20% del total de la superficie es aceptable.

Es necesario entonces, realizar la exposición con Luna apenas creciente o menguante, lo que implica que la misma debe estar cercana al Sol. Esta situación se da inmediatamente después del ocaso o antes del orto y debido a las limitaciones de trabajar con estudiantes a la madrugada, resulta conveniente considerar sólo las oportunidades que se presentan en la primera parte de la noche.

Dado que la posición de la Luna se obtiene en relación a las estrellas y/o planetas, los campos de cielo fotografiados deben incluir un número suficientemente grande de éstas para lograr un error aceptable en los resultados. Luego, la duración de la exposición y la sensibilidad de la película empleada deben ser tales que permitan imprimir en la fotografía claramente la Luna y las estrellas más brillantes.

Lo ideal es realizar las exposiciones con un seguimiento del giro de la bóveda celeste, con lo que se aumenta el número de estrellas que aparecen en la imagen - por la acumulación de luz - y se logra un aspecto perfectamente puntual de las mismas. Sin embargo, en razón de la complicación de conseguir un seguimiento de este tipo, se optó por

trabajar con cámara fija, con la que, luego de las pruebas realizadas, se obtuvieron resultados muy aceptables<sup>5</sup>.

Luego de numerosas pruebas, las mejores tomas se lograron empleando película con sensibilidad de 400 ASA, exposiciones en torno a los 5 segundos y objetivos con distancias focales entre los 70 y 200 mm. En estas condiciones se registran estrellas de hasta la cuarta magnitud.

La necesidad de que aparezcan en las fotografías el mayor número posible de estrella, ha de tenerse en cuenta en la elección de la fecha para realizar la experiencia, pues la Luna deberá encontrarse en un campo densamente poblado por estrellas brillantes (magnitud 4 o menor). La presencia de planetas en la zona, por su gran brillo, es muy conveniente.

Teniendo en cuenta todos estos condicionantes, en general solo es posible encontrar durante el período lectivo sólo 6 o 7 oportunidades favorables para concretar la actividad.

En cuanto al lugar elegido para las observaciones, es necesario que tenga el horizonte oeste despejado de obstáculos, ya que la Luna se encontrará a baja altura. También debe ser oscuro, sin luces directas que incidan sobre la cámara.

Un aspecto importante para lograr una determinación precisa de la paralaje es la obtención simultánea de las fotografías desde los distintos puntos de observación. Para aumentar la posibilidad de coincidencias se propone la realización de múltiples exposiciones en horarios previamente acordados a intervalos de 15 minutos. La coordinación de los relojes puede conseguirse mediante los “tops” emitidos por radioemisoras locales o por medio de la conexión con un reloj atómico a través de Internet<sup>6</sup>.

#### 4. Mediciones y cálculos

Si bien las mediciones pueden realizarse con una regla directamente sobre una ampliación, la experiencia ha mostrado que digitalizar la fotografía con un escáner la facilita y aumenta su precisión.

Para determinar el centro de la Luna se puede emplear un procesador de imágenes, con el cual se “ajusta” un círculo al borde de la parte oscura del disco. Las coordenadas del centro del círculo serán entonces los valores buscados (figura 2).



Figura 2

---

<sup>5</sup> Como alternativa se propuso la confección de un sencillo dispositivo denominado “astrocámara tijera” que permite el seguimiento del movimiento de la esfera celeste, posibilitando tomas fotográficas con hasta 15 minutos de exposición. De esta manera es posible obtener espléndidas imágenes de campos estelares, introduciendo a los alumnos en la astrofotografía.

<sup>6</sup> Existen numerosas sitios en lo que es posible sincronizar el reloj de la computadora con un reloj atómico, por ejemplo [www.jfsowa.com/ontology/atomclock.htm](http://www.jfsowa.com/ontology/atomclock.htm) o [www.precision-time.com/](http://www.precision-time.com/).



Obtenida esta posición debe realizarse la medición de la distancia a las estrellas y planetas visibles en la imagen, que puede directamente obtenerse en “píxeles”.

La determinación de la posición por interpolación lineal de los valores medidos, resulta en general con errores considerables como consecuencia de la deformación que provoca la proyección de la esfera celeste sobre el plano de la fotografía. Para un cálculo con una exactitud aceptable es necesario tomar en cuenta estas deformaciones y realizar un ajuste por cuadrados mínimos, a partir de la utilización de entre 4 y 8 puntos de referencia – estrellas o planetas -. De esta forma se logran errores de 1 a 2 minutos de arco.

El cálculo propuesto es relativamente complicado. En general estos cálculos estarán fuera del alcance de los alumnos, por lo que la intervención del profesor será fundamental para que éstos comprendan lo que se está realizando sin necesariamente entender el detalle de los mismos. Puede favorecer a este entendimiento el trabajar primeramente con simples interpolaciones lineales. En la experiencia piloto, que a continuación se detalla, con el objeto de facilitar los cálculos se elaboró un software para computadora personal con el objeto de facilitar el mismo.

## 5. Experiencia piloto

Durante el año 2003 se realizó una experiencia piloto con el objeto de determinar la factibilidad de la propuesta y ajustar los distintos aspectos involucrados en la misma.

El primer paso consistió en la determinación de las ocasiones en las que se podía poner en práctica las actividades durante el año lectivo. Luego de un detallado análisis, teniendo en consideración los condicionantes más arriba mencionados, se encontraron seis oportunidades favorables, cuyos datos se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1

Fecha	Superficie iluminada de la Luna	Altura de la Luna (Córdoba)	Altura del Sol (Córdoba)	Estrellas con mag. <4 en un radio de $\approx 20^\circ$	Planetas en un radio de $\approx 20^\circ$
5 de mayo	17 %	a las 20h 14,1°	-18,2°	6	Saturno
4 de junio	21 %	a las 19h 30min 25,5°	-14,5°	4	Júpiter
2 de julio	11 %	a las 19h 30min 17,4°	-13,7°	6	Júpiter
3 de julio	18 %	a las 19h 30min 28,4°	-13,6°	6	Júpiter
30 de septiembre	20 %	a las 20h 15min 38°	-13,1°	12	-
29 de octubre	17 %	a las 20h 45min 31,6°	-14,3°	9	-

Los días 5 y 6 de abril – 26 de noviembre se presentaron otras oportunidades, pero las mismas no se incluyeron por estar muy al comienzo y final del ciclo lectivo.

Con posterioridad se contactó a posibles docentes interesados en la propuesta por invitación directa a los mismos, a las instituciones o por medio de asociaciones de astrónomos aficionados.

Tabla 2

<b>Profesor responsable</b>	<b>Escuela</b>	<b>Localidad, Provincia</b>	
José Nuccelli	I.P.E.M. N° 59 "25 de Mayo"	Cruz Alta, Córdoba	
Raúl Podestá	Santa Catalina Laboure	Clorinda, Formosa	
Juan Carlos Dovis	Alumnos del taller de Astronomía "Alfa Centauro"	Sunchales, Santa Fe	
Elvio Alanís Sandra Collado	Colegio "Santa María".	Salta, Salta	
Edgardo Wachsmann	E.E.M. N°3 "Reconquista"	Don Torcuato, Bs As	Organización Viviana Bianchi
Pablo M. González	Inst. San Felipe Neri A-594	Buenos Aires	
Olga Pintado	11 escuelas (Ver texto)	Tucumán (Ver texto)	
Claudia C. Pérez Ferrer	varias	Mar del Plata, Bs As	
Santiago Paolantonio Mónica Zender	Esc. Nor. Sup. Dr. Alejandro Carbó	Bosque Alegre Córdoba	

En la Tabla 2 se listan las instituciones y profesores que participaron, mientras que en el mapa de la figura 3 pueden ubicarse las localidades en que se realizaron las observaciones. Éstas se encuentran cercanas a los meridianos 58° y 65° Oeste a excepción de la ciudad de Sunchales en la provincia de Santa Fe. La distancia máxima entre puntos de observación es de aproximadamente 1400 km.

La coordinación se realizó desde Córdoba (S. Paolantonio), vía correo electrónico, pudiendo de este modo todos los participantes tener una fluida comunicación entre sí.

Para cada oportunidad de observación, se generó un mapa con el campo estelar que debía ser fotografiado (figura 4), fijándose las horas de exposición.

Todos los grupos pudieron realizar numerosas fotografías factibles de ser medidas, de las cuales sólo se muestran dos en las figuras 6 y 7, en las que se señalan las estrellas identificadas.

Los errores obtenidos en la determinación de la posición de la Luna fueron del orden de los 2', valor dentro de lo esperado.

En cuanto a las distancias Tierra – Luna calculadas, debido a las malas condiciones climáticas que reinaron en la zona, no se pudieron obtener mediciones entre dos puntos suficientemente distantes, por los resultados no fueron lo suficientemente preciso teniendo errores superiores al 30%.

Complementariamente, en cada institución educativa llevó adelante diversas acciones complementarias, destacándose la organización de numerosas charlas relacionadas a temas científicos dadas por disertantes invitados en el marco del proyecto y presentaciones en Ferias de Ciencia.

A continuación, a modo de ejemplo, se detallan algunas de las actividades realizadas por los distintos participantes.

Las pruebas fotográficas iniciales (figura 5) fueron realizadas por el profesor Elvio Alanís de la ciudad de Salta, las que permitieron el 5 de mayo obtener las primeras imágenes.

Las actividades en Tucumán fueron llevadas adelante bajo la coordinación de la Dra. Olga I. Pintado. A diferencia de los demás grupos, se realizó un llamado general a todas las escuelas de la provincia, empleándose para la convocatoria medios masivos de

comunicación. Esto permitió explorar la posibilidad de que el emprendimiento pueda ser generalizado.

Los documentos con los detalles de la propuesta y las fotografías, se incorporaron a una página web, quedando este material disponible para todos los participantes.

La profesora Sandra Collado realizó con sus alumnos del primer año del nivel Polimodal una experiencia de simulación del trabajo. Para ello, se eligieron dos localidades distantes entre sí ubicadas sobre un mismo meridiano. Luego, empleando un atlas electrónico, imprimió para cada una de las mismas la zona del cielo que incluía a la Luna para la noche de observación. Con éstas, como si se trataran de las fotografías, los alumnos determinaron las posiciones, la paralaje Lunar y su distancia a la Tierra. Más allá del valor obtenido (poco más de 300.000 km), esta actividad que permitió poner en práctica todos los aspectos relacionados con la experiencia, es sin dudas una excelente propuesta a tener en cuenta.

La Escuela y Liceo Vocacional Sarmiento y el Colegio Nueva Concepción, que trabajaron juntos, coordinados por el profesor Gastón Tannuré, realizaron diversas tareas previas. Una de ellas consistió en el cálculo de la distancia a la torre de una iglesia, para la que realizaron una simulación de fotografías sobre vidrios. Otra de las actividades consistió en la determinación del período Lunar.

En la ciudad de Don Torcuato (Provincia de Buenos Aires), la escuela E.E.M. N° 3, llevó adelante la propuesta con la colaboración del Grupo Astronómico Don Torcuato y la coordinación de Viviana Biachi.



Figura 3. Lugares em que se encuentran las instituciones que participaron em el proyecto durante el año 2003

El trabajo fue realizado por alumnos de varios cursos del nivel Polimodal, dirigidos por el profesor Edgardo Wachsmann. Bajo su supervisión se construyó exitosamente una astrocámara de “tijera” con las que se obtuvieron numerosas fotografías (figura 9).

Dentro del marco del proyecto se incluyó un ciclo de conferencias dadas por diversos especialistas, las que fueron desarrolladas a lo largo del año lectivo. Se concretó además, una muestra de las actividades desarrolladas, exposición, proyección de videos y observaciones con telescopios.

En Tucumán, gracias a la colaboración de la Universidad en numerosos casos se pudieron determinar las coordenadas del lugar de observación con GPS.

El primero que presentó resultados fue el Instituto Carlos Pellegrini, bajo la dirección del Prof. Héctor Maldonado, quien realizó una presentación en la Feria de Ciencias de la institución en el mes de agosto de 2003.

En la ciudad de Córdoba, el proyecto se llevó adelante con dos cursos del Ciclo de Especialización (Polimodal), y en forma complementaria se trabajó con actividades de pasantía realizadas con astrónomos del Observatorio Astronómico de Córdoba.

## **6. Conclusiones:**

Lo realizado durante el ciclo lectivo 2003 permitió perfeccionar diversos aspectos relacionados con el proyecto, tales como:

- La obtención de las fotografías.
- La medición de las imágenes.
- La realización de los cálculos.
- Coordinación y comunicación entre los observadores.
- Actividades de enseñanza relacionadas a la experiencia.

Cabe destacar que si bien la coordinación se realizó desde Córdoba, la comunicación fue completamente descentralizada. Por medio de la utilización del correo electrónico y la página web, los mensajes circularon libremente en todas direcciones compartiendo los grupo participante sus experiencias y resultados. Este es un aspecto de gran importancia que debe señalarse como sumamente positivo.

Las contribuciones realizadas por los profesores responsables resultaron fundamentales para llevar adelante la experiencia y serán claves toda vez que quiera implementarse la propuesta.

Tal como se mencionó más arriba, la concreción del proyecto logró generar un gran número de actividades complementarias tal como se esperaba del mismo, aspecto de gran importancia dado los objetivos planteados.

A pesar de que las malas condiciones del tiempo no permitieron obtener los valores de distancia Tierra – Luna esperados, el trabajo realizado demostró la absoluta factibilidad de la concreción de la propuesta.

## Bibliografía

- Asimov Isaac, *Cronología de los descubrimientos*, Ariel Ciencia S. A., 1999.
- Bates G. C. y Watson F. G., *A laboratory Experiment, Measuring the Distance to the Moon by Parallax*, Universidad de Harvard, 9/02/1974, comunicación personal al Dr. A. Maeztegui.
- Cátedra Astronomía General, *Determinación de Posiciones Astronómicas Mediante Placa Fotográfica*, Observatorio Astronómico Córdoba, 1991.
- Del Carmen Luis (coord.), *La enseñanza y el aprendizaje de las ciencias de la naturaleza en la educación secundaria*, Ice – Horsori, Barcelona, 1997.
- Fourez, G., *Alfabetización científica y tecnológica*. Editorial Colihue. Buenos Aires. 1995.
- Minniti E. y Paolantonio S., *Infinito*, Ediciones Congreso Internacional de Educación, Córdoba, 2001.
- Meeus Jean, *Astronomical Formulae for Calculators*, Willmann-Bell, Inc, 1983.
- Paolantonio S., *Situación de la enseñanza de la Astronomía en Córdoba*, Congreso Trabajo presentado en el I Congreso Nacional de Educación, Córdoba, 2000.
- Torp y Sage , *El aprendizaje basado en problemas*, Amorrortu Editorial, 1999.

3 de Julio

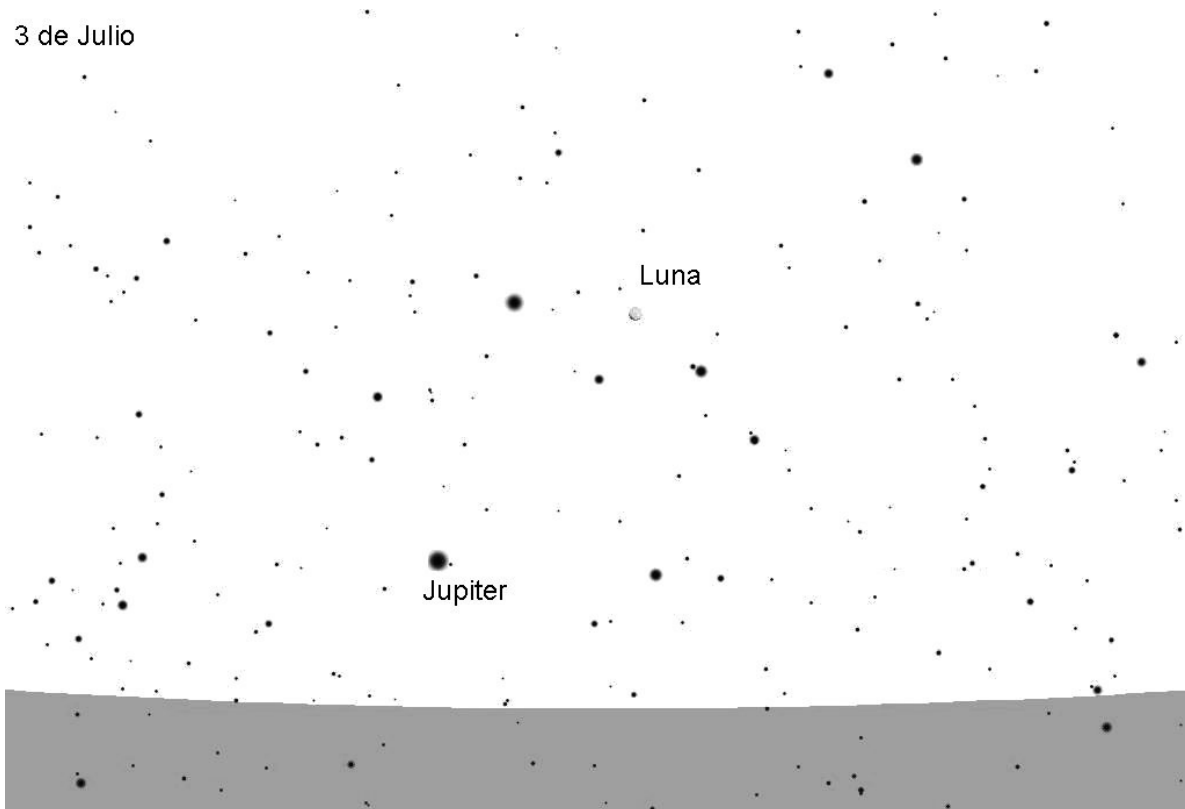


Figura 4. Ejemplo de mapa “guía” realizado para el 3 de julio. Esta carta de observación tenía como objetivo facilitar la identificación del campo a ser fotografiado.



Figura 5. Prueba de tiempo de exposición realizada por el profesor Elvio Alanís de la ciudad de Salta.

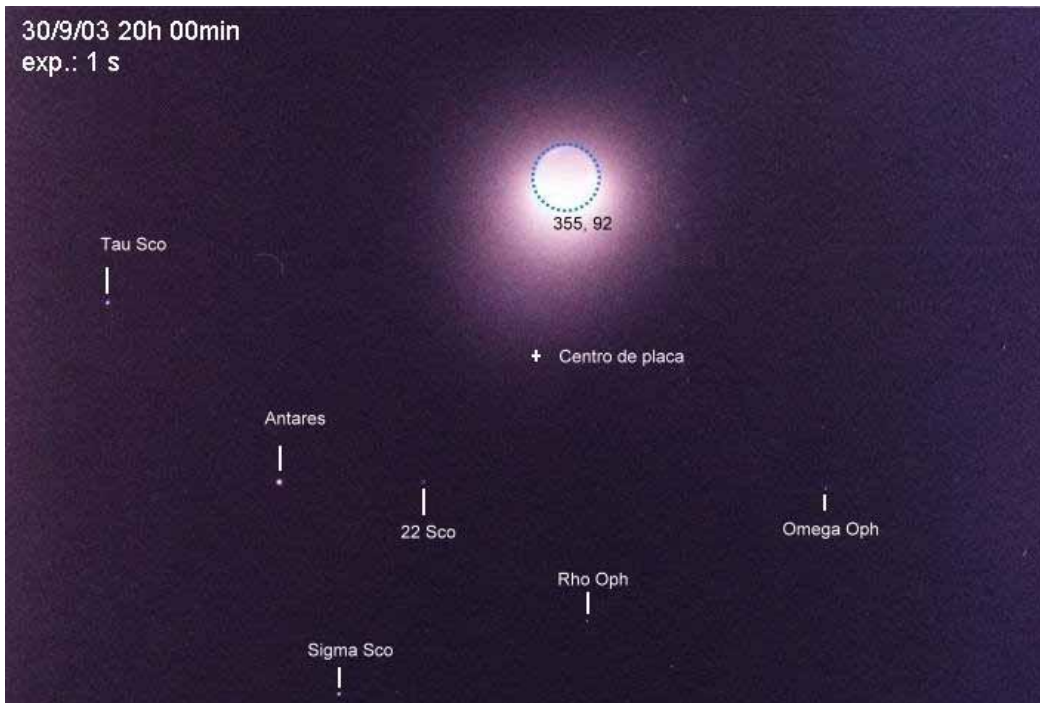


Figura 6. Fotografía tomada el 30 de septiembre a las 20h desde Clorinda (Formosa). Se utilizó película de ASA 400, con un teleobjetivo de 200 mm , f/3.5 y 1 segundo de exposición.



Figura 7. Fotografía tomada el 5 de mayo a las 19h 45min desde Bosque Alegre (Córdoba). Se utilizó película de ASA 400, con un teleobjetivo de 90mm y 6 segundos de exposición.

## REVIVENDO ERATÓSTENES

*Paulo Cesar R. Pereira<sup>1</sup>*

**Resumo:** Fazendo parte das comemorações do Ano Internacional da Física e tendo como principal objetivo introduzir estudantes do ensino médio ao método científico, a Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro, em parceria com diversas instituições do Brasil e da Europa, coordenou a atividade “Revivendo Eratóstenes” cujo objetivo foi a determinação da circunferência da Terra. Para isso, utilizou-se um procedimento semelhante ao empregado pelo sábio Eratóstenes há mais de 2.000 anos, com algumas adaptações. Este trabalho propõe e analisa o método que empregamos, visando a aplicação em escolas. A possibilidade de se trabalhar com locais em diferentes meridianos permite uma melhor compreensão dos conceitos mais abstratos, como coordenadas e fusos horários. A precisão dos resultados é bastante razoável, melhorando para cidades bem afastadas. Finalmente, uma das conclusões mais importantes é a percepção, por parte dos estudantes, da importância da colaboração (neste caso, internacional) para resolver problemas.

**Palavras-chave:** latitude, longitude, passagem meridiana, altura, declinação solar, Eratóstenes e circunferência da Terra.

## REVIVIENDO A ERATÓSTENES

**Resumen:** Como parte de las conmemoraciones del Año Internacional de la Física y con el objetivo principal de introducir a los estudiantes secundarios al método científico, la Fundación Planetario Rio de Janeiro, en conjunto con diversas instituciones de Brasil y de Europa, coordinó la actividad denominada “Reviviendo a Eratóstenes” cuyo objetivo consistió en la determinación de la circunferencia de la Tierra. Para esto se utilizó un procedimiento semejante al empleado por Eratóstenes hace más de 2.000 años, con algunas adaptaciones. Este trabajo expone y analiza el método empleado, con la intención de aplicarlo en las escuelas. La posibilidad de trabajar en lugares situados en diferentes meridianos permite una mejor comprensión de los conceptos más abstractos, tales como coordenadas y husos horarios. La precisión de los resultados resultó razonable, mejorando para aquellas ciudades más apartadas. Finalmente, una de las conclusiones más importantes es la de la percepción, por parte de los estudiantes, de la importancia de la colaboración (en este caso internacional) para resolver problemas.

**Palabras clave:** latitud, longitud, altura meridiana, declinación solar, Eratóstenes y circunferencia de la Tierra.

## REVIVING ERATHOSTENES

**Abstract:** As part of the commemorations of the International Year of the Physics and having as its main objective to introduce students to the scientific method, the Rio de Janeiro Planetarium Foundation, in partnership with many institutions of Brazil and Europe, coordinated the activity "Reviving Eratosthenes" whose objective was the determination of the Earth's circumference. We used the famous procedure adopted by Eratosthenes more than 2000 years ago, with some adaptations. This work considers and analyzes the method used by us, aiming the application in schools. The use of places in different meridians allows a better understanding of the abstract concepts such as geographic coordinate and time zones. We obtained reasonably precise results, which improve for pairs of distant cities. Finally, one of the most important conclusions achieved by the students involved is the importance of the cooperation (international in this case) to solve problems.

**Keywords:** latitude, longitude, solar noon and solar declination, Erathosthenes, circumference of the Earth.

---

<sup>1</sup> Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro, e-mail - pcpereira@pcrj.rj.gov.br



## 1. INTRODUÇÃO

A determinação da circunferência da Terra por Eratóstenes é considerada por muitos historiadores de ciência como um dos dez mais importantes experimentos científicos. Concebido e executado pelo sábio grego em cerca de 200 a.C., consiste basicamente na obtenção da diferença de latitude entre dois locais situados no mesmo meridiano. Uma vez conhecida a distância entre esses locais, é possível determinar a circunferência da Terra. Este método, com algumas adaptações, tem sido empregado em escolas da Europa e da América do Norte de ensinos fundamental e médio, visando o desenvolvimento de estudantes em ciências. Apresenta grande interdisciplinaridade entre a Astronomia, a Física, a Matemática, a História e a Geografia.

Em nosso trabalho diário na Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro, freqüentemente somos solicitados por alguns professores, mais comprometidos com o aprofundamento dos tópicos de Astronomia, para sugerir atividades extraclasse a serem desenvolvidas pelos estudantes. Algumas atividades que propomos são pouco desafiadoras: construção de modelos em escala de distâncias ou tamanhos do Sistema Solar, montagem de relógio solar etc. Outras atividades necessitam de visitas freqüentes ao Planetário para a observação do Sol, por exemplo. Por isso, julgamos oportuno estudar a possibilidade de desenvolver um método alternativo ao de Eratóstenes normalmente empregado, mas que levasse em conta não só a determinação da latitude, mas também a diferença em longitude, permitindo uma abrangência geográfica maior. Além disso, deveria ser didaticamente mais satisfatório e despertar nos estudantes o gosto pela investigação científica.

Este trabalho foi orientado com o objetivo de desenvolver uma seqüência de procedimentos para que o método seja facilmente empregado na escola como atividade extraclasse. Essa atividade atende plenamente as sugestões sobre currículo diversificado propostas nos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais), regulamentados pela Lei 9394/96 (ver portal do Mec - <<http://portal.mec.gov.br/>>). O público-alvo são estudantes entre a 7ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio (segundo avaliação do professor).

A atividade normalmente é coordenada de modo que várias escolas participem. Para fazer a determinação da circunferência terrestre é necessário que cada escola envolvida escolha como parceira uma outra escola, afastada, pelo menos, 500 quilômetros.

Um ponto fundamental é que os estudantes devem ser preparados para que tenham total compreensão da atividade de modo que os objetivos sejam alcançados. Entre os vários tópicos que devem ser abordados estão: forma da Terra, eclipses, movimento aparente do Sol, fusos horários, relações trigonométricas e regra de três.

Um dos aspectos mais positivos da atividade tem sido a troca de experiências entre estudantes e professores, uma vez que o trabalho é coletivo e entre instituições, principalmente usando correio eletrônico.

### **I – BREVE HISTÓRICO DA DETERMINAÇÃO DAS DIMENSÕES DA TERRA**

As primeiras especulações a respeito da forma da Terra foram de natureza não científica.

A partir do século VI antes de Cristo, na Grécia, surgiram visões mais racionais sobre a questão da forma de nosso planeta. A primeira sugestão de esfericidade partiu da Escola Pitagórica de Crotona. Segundo vários estudiosos da época, a esfera seria a

forma mais bela. No século IV antes de Cristo, Aristóteles (384-322a.C.) apresentou argumentos mais sólidos. O mais importante deles estava relacionado com o eclipse da Lua<sup>2</sup>, um fenômeno cuja natureza (alinhamento entre o Sol, a Terra e a Lua) já era conhecida na época. Aristóteles considerou que a sombra projetada da Terra sobre a Lua, durante a fase parcial dos eclipses lunares, tinha a forma circular porque a Terra era esférica. Mas essa explicação racional não foi aceita por todos. Durante a Idade Média, mesmo pessoas "cultas" repudiavam a forma esférica da Terra (Dreyer 1953).

Os primeiros valores para a circunferência da Terra são de Aristóteles, que em sua obra *Mathematikoi* cita como sendo de aproximadamente 400.000 estádios, mas não diz como nem quem obteve este valor. Arquimedes (c.287-212a.C.), em seu tratado *De Arenae Numero* (O Contador de Areia), registra o valor de 300.000 estádios, mas igualmente não cita quem nem como esse valor foi obtido (Dreyer 1953). O primeiro a detalhar um método e a chegar a valores mais realistas foi Eratóstenes (c.270-190a.C.). Para isso ele deduziu que, sendo a Terra esférica e estando o Sol muito distante, a sombra provocada pelo Sol ao meio-dia local deveria ter comprimentos diferentes em locais diferentes, embora localizados no mesmo meridiano. De fato, Eratóstenes obteve a informação de que na cidade de Siena, no dia de solstício de verão, ao meio-dia, o Sol ficava exatamente a pino. Nesse dia, o mesmo não acontecia na cidade de Alexandria, onde a sombra se projetava de um ângulo equivalente a 1/50 da circunferência. Eratóstenes sabia que as duas cidades estavam praticamente no mesmo meridiano e que a distância entre elas (arco AB na figura seguinte) era estimada em 5.000 estádios. Eratóstenes então estabeleceu a seguinte proporção:

$$CT/5.000 = 50 \Rightarrow CT = 250.000 \text{ estádios, onde CT é a circunferência da Terra.}$$

É bastante controversa a equivalência do estádio em quilômetros. Entre os possíveis valores estão: 0,148 km, 0,158 km e 0,185 km. Adotaremos o valor de 0,185 km considerado pelos estudiosos como o mais provável. Sendo assim, Eratóstenes teria encontrado para a circunferência o valor de 46,250 km. Considerando o valor adotado hoje, 39.941 km, sua precisão foi da ordem de 16% (Newton 1980, Vogt 1983).

Posidonius (135-51a.C.) determinou a circunferência da Terra usando uma técnica diferente: comparou a altura da brilhante estrela Canopus observada em Alexandria e Rodes (Dreyer 1953, Fischer 1975). Nesta última era observada com muita dificuldade porque Canopus se encontrava praticamente no horizonte. Já em Alexandria, sua altura seria de  $7,5^\circ$ . Como as cidades de Alexandria e Rodes estavam no mesmo meridiano, a diferença em altura equivaleria à diferença em latitude. Este método era bastante impreciso porque, próximo ao horizonte, além da dificuldade em ver os astros pela elevada absorção, há ainda a refração atmosférica, que faz com que vejamos a estrela com uma altura maior do que realmente está.

---

<sup>2</sup>O eclipse é um fenômeno em que um astro deixa de ser visível, total ou parcialmente, seja pela interposição de outro astro entre ele e o observador, seja porque, não tendo luz própria, deixa de ser iluminado ao se colocar no cone de sombra de outro astro (eclipse da Lua).

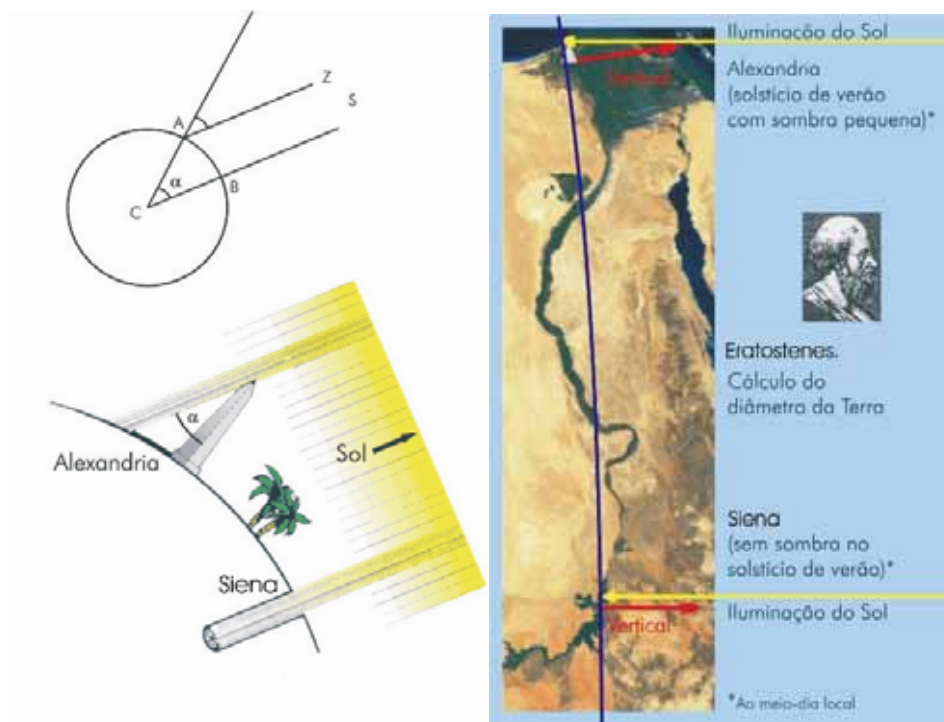


Figura 1. Método de Eratóstenes para calcular a circunferência da Terra.

Não temos acesso ao trabalho original de Posidonius, mas apenas a fontes secundárias. Segundo Cleomendes (séc. Ia.C.), Posidonius obteve para a circunferência da Terra o valor de 240.000 estádios. Já Strabo (54a.C.-24d.C.) afirma que o resultado foi de 180.000 estádios (Dreyer 1953, Fischer 1975). Embora o primeiro valor provavelmente corresponda à observação de Posidonius, o fato é que o valor divulgado por Strabo é que foi disseminado. Ptolomeu (90-170d.C), em sua famosa obra *Geographia*, adotou os valores de Posidonius (180.000 estádios). Nesse trabalho estão assinaladas, em vários mapas, as principais marcas do relevo: montanhas, rios, mares, além de inúmeras cidades da Europa, Ásia e África. Devido à grande confiabilidade que Ptolomeu tinha entre os estudiosos, os valores para o tamanho da Terra, assim como os seus mapas foram amplamente aceitos por mais de 1.200 anos. Ou seja, por séculos acreditou-se que a circunferência da Terra fosse cerca de 7.000 quilômetros menor em relação ao seu tamanho real.

Cristóvão Colombo (1451-1506) subestimou os já subestimados valores de Ptolomeu (e Posidonius), acreditando que a Ásia se encontrava a cinco ou seis mil quilômetros a oeste da Espanha. Ele usou esses dados para convencer os seus patrocinadores da viabilidade da viagem para o Oriente. Como sabemos, Colombo e sua tripulação foram salvos porque a América estava entre a Europa e a Ásia. Se tivesse usado os valores de Eratóstenes, teria que viajar 20.0000 quilômetros para oeste (Dreyer 1953). Mesmo que tivesse coragem para isso, certamente não encontraria financiadores para a expedição.

Foi somente com a circunavegação marítima iniciada por Fernão de Magalhães (1470-1521) em 1519 e concluída em 1522 por Sebastián Elcano (1476?-1526) que a humanidade teve uma prova direta da forma da Terra e de suas dimensões.

Em 820d.C., Al-Mamun (813-885), da escola de Bagdá, determinou para a circunferência da Terra o valor de 39.986 km (Berry 1961). Nessa determinação foram utilizados quadrantes gigantes. Infelizmente esse resultado extraordinário não chegou na época à Europa (e se chegasse talvez não o aceitariam).

O francês Jean Fernel (1497-1558), em 1525, encontrou o valor de 39.816 km (ver em *Wikipedia – The free Encyclopedia* <[http://en.wikipedia.org/wiki/Main\\_Page](http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page)>). A partir daí a precisão aumentou rapidamente.

## II – MÉTODO PROPOSTO

A idéia do método surgiu a partir de uma troca de correspondência com a professora Manuela do Amaral da Escola Secundária da Cidadela, em Cascais, Portugal, que encontrou em nosso site (<http://www.as88constelacoes.hpgvip.ig.com.br/>) algumas atividades de Astronomia que ela julgou úteis para motivar seus estudantes do nível médio de ciências. Naquela ocasião, surgiu a oportunidade de desenvolvermos uma atividade em conjunto entre os estudantes da Escola da Cidadela e o Planetário do Rio. Elegemos, então, o experimento de Eratóstenes para reproduzir.

Atualmente, são empregadas em escolas duas variantes do método de Eratóstenes. A primeira define uma cidade fictícia no equador. Conhecendo-se a distância entre o observador e o equador (ao longo do meridiano<sup>3</sup>), divide-se esta pela latitude local, determinada pela altura do Sol, obtendo-se uma escala quilômetros/grau e, posteriormente, o diâmetro da Terra. A observação do Sol é feita no dia do equinócio, quando a distância zenital do Sol coincide com o valor da latitude local. A segunda variante utiliza a distância entre os paralelos<sup>4</sup> dos dois locais. Para isso é utilizado um mapa com escala de distância no “eixo das latitudes”. Após obter as alturas do Sol e a diferença em latitude, emprega-se a escala do mapa para obter-se a escala quilômetros/grau. Ao analisar os métodos habitualmente empregados, percebemos que poderiam ser aperfeiçoados.

Ao desenvolver o nosso método definimos alguns requisitos:

- Ser o mais simples possível para facilitar a aplicação em escolas.
- Levar em conta a diferença em longitude para que qualquer pessoa, em qualquer lugar do planeta, pudesse participar.
- Padronizar os métodos de observação e de redução dos dados. Essa padronização é indispensável para que os resultados apresentem consistência entre si.
- Não usar mapa ou globo terrestre em nenhuma fase da atividade, porque se identificamos os locais dos grupos participantes no mapa o problema já está resolvido. Não há desafio algum a ser superado.
- Aplicar o método em qualquer época do ano, e não apenas nos equinócios.

Nossa proposta não é revolucionária. Utilizamos conhecimentos elementares, a maioria dominada pelos estudantes de nível médio. Em nossa pesquisa, contudo, não encontramos nenhuma referência que leve em consideração a diferença de longitude. A nosso ver, isso não só amplia as possibilidades de participação como é didaticamente mais abrangente. Para aqueles que desejarem aprofundar vários tópicos abordados na atividade, recomendamos a leitura de Boczek (1984).

As várias etapas da atividade estão listadas abaixo. Usaremos como exemplo os dados da atividade desenvolvida entre a Fundação Planetário da Cidade do Rio de Janeiro e a Escola Secundária de Cascais, no dia 24 de novembro de 2003.

<sup>3</sup> círculo máximo na Terra que passa pelos pólos.

<sup>4</sup> paralelo é um círculo paralelo ao equador.

## II.1. Materiais e informações necessários

Os materiais são de uso comum e de fácil obtenção: régua, relógio, calculadora, gnômon (ver a seguir em confecção do gnômon<sup>5</sup>), bola de isopor com 20cm de diâmetro, alfinetes, caneta, fita métrica flexível e nível. Será necessário também conhecer a declinação do Sol no dia, a distância entre os dois locais e o fuso horário das duas cidades.

## II.2. Preparação dos estudantes

Alguns dos conceitos aplicados na atividade estão presentes na ementa de várias disciplinas e, por isso, podem ser explorados pelos professores antes da atividade propriamente dita. Entre os tópicos que podem ser lembrados (ou apresentados) estão: Geografia (fusos horários, latitude, longitude, equador, meridianos, paralelos, rotação e revolução, orientação de dia e à noite), Matemática (relações trigonométricas, semelhanças de triângulos e a geometria), História (história das ciências, o tamanho da Terra e as grandes navegações, Renascimento científico), Física (luz e sombra, eclipses, método científico, bússola, relógio de sol, medidas e precisão).

## II.3. Confecção do gnômon

O gnômon pode ser uma haste fincada perpendicularmente ao chão ou fixada em uma base de madeira. Pode-se usar um nível ou um esquadro para avaliar e ajustar a perpendicularidade do chão ou da base, o que é feito em dois pontos definindo segmentos de reta ortogonais entre si. A ponta na haste não deve ser “apontada”, como um lápis, pois isso pode gerar dificuldades na leitura quando o Sol estiver muito alto, o que é comum em regiões intertropicais. Sugerimos que a haste tenha 50 cm de altura. Para medir o comprimento da sombra pode-se recorrer a uma régua que foi cortada adequadamente para que não haja espaço entre o “zero” e a extremidade da régua.

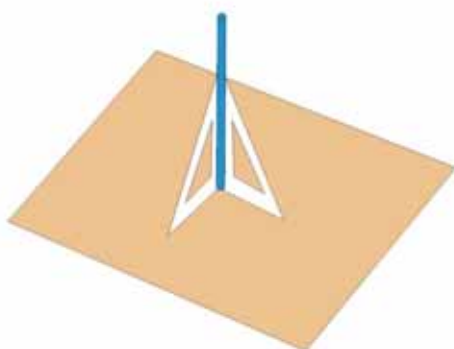


Figura 2a. Verificando a verticalidade da hast

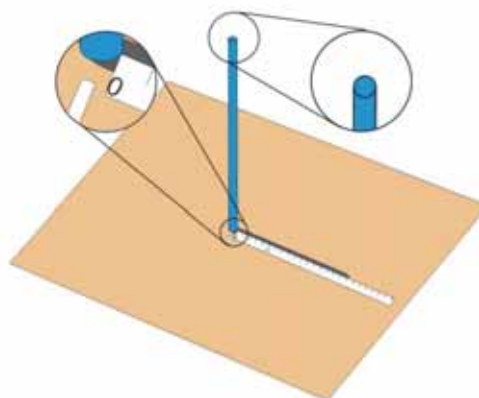


Figura 2b. Detalhe da ponta do gnômon e da medição

## II.4. Orientação

Para que possamos realizar a atividade, precisaremos conhecer bem a orientação geográfica do local – a direção norte-sul. Isso deve ser feito vários dias antes da

<sup>5</sup> uma haste que ao ter sua sombra projetada indica a altura do Sol.

atividade, e aprimorado, se possível. Para isso, usaremos o conhecido método de Vitruvius<sup>6</sup>.

Será necessário um local ao ar livre onde incida a luz solar durante boa parte do dia. Inicialmente faz-se uma circunferência tendo como centro a base da haste e com o raio igual à metade da altura da mesma. O movimento diário do Sol fará com que a sombra da ponta da haste incida sobre o círculo em dois momentos (um de manhã e outro à tarde); esses pontos na circunferência devem ser marcados. Eles definem a linha leste-oeste. A linha horizontal perpendicular a esta será a linha norte-sul (meridiana). O meio-dia solar corresponde ao instante em que a sombra incidir exatamente sobre a meridiana (neste instante, dizemos que ocorre a passagem meridiana<sup>7</sup>).

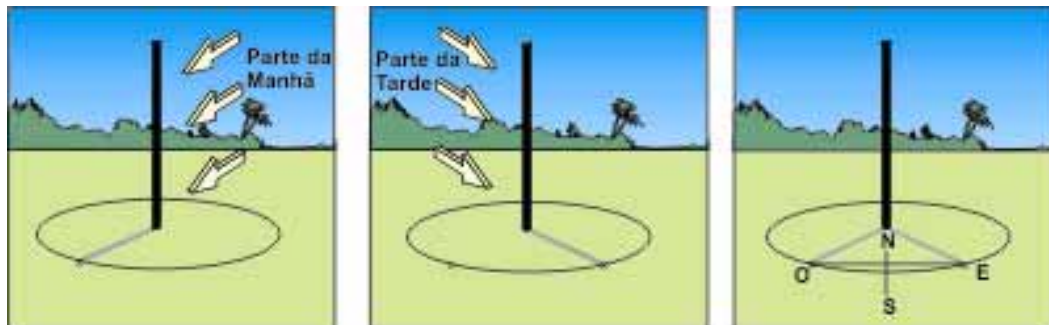


Figura 3. Determinação da linha norte-sul pelo método de Vitruvius.

## II.5. Determinação da latitude e instante da passagem meridiana (culminação)

No dia marcado para a observação, acompanha-se a sombra do gnômon. O objetivo é determinar a altura<sup>8</sup> do Sol quando a sombra atingir a meridiana, e o momento em que isso ocorre.

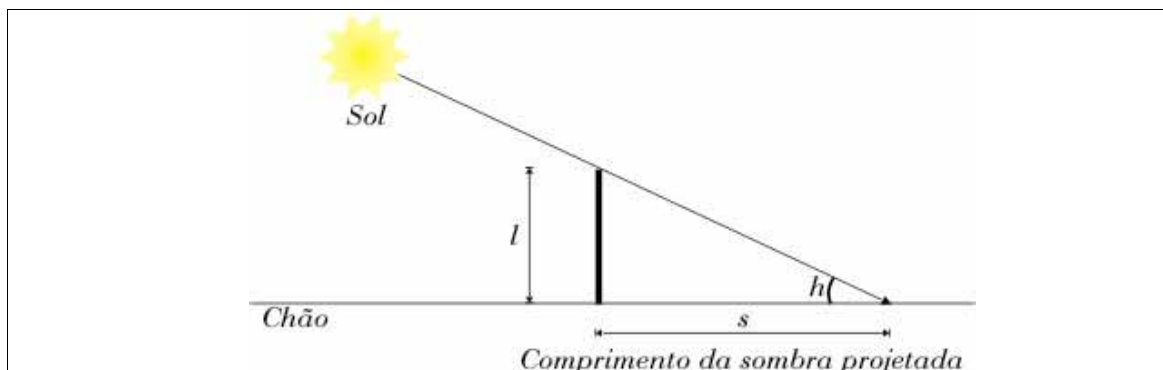


Figura 4. Geometria do gnômon.

A altura do Sol pode ser conhecida através dos comprimentos da sombra (s) e da haste (l):

$$h = \arctan(l / s)$$

Onde:

l = altura da haste

s = comprimento da sombra.

<sup>6</sup> Marcus Vitruvius Pollio foi um engenheiro e arquiteto romano que viveu no século I a.C. e deixou como legado a sua obra em 10 volumes, aos quais deu o nome de De Architectura (aprox. 40 a.C.)

<sup>7</sup> momento em que um determinado astro atinge sua altura máxima.

<sup>8</sup> distância em graus a partir do horizonte até o astro, medida sobre a vertical do astro.

Para calcularmos a latitude<sup>9</sup> utiliza-se uma das equações:

$$\varphi = \delta - (90^\circ - h) \quad \text{se a sombra se projeta na direção Sul}$$

ou

$$\varphi = \delta + (90^\circ - h) \quad \text{se a sombra se projeta na direção Norte}$$

Onde:

$\varphi$  = latitude do lugar

$h$  = altura em graus do Sol na passagem meridiana

$\delta$  = declinação<sup>10</sup> do Sol para o dia

A declinação do Sol varia ao longo do ano. É zero nos equinócios, +23°27' no solstício de inverno (hemisfério sul) e -23°27' no solstício de verão (hemisfério sul). Os valores diários da declinação do Sol podem ser encontrados no Anuário ou no site do Observatório Nacional ([www.on.br](http://www.on.br)). A tabela abaixo indica os resultados obtidos nos dois locais.

Tabela 1. Resultados da primeira atividade realizada em 24 de novembro de 2003.

	Passagem meridiana (TU)	Altura da haste (l)	Comprimento da sombra (s)	Altura do Sol (h)	Latitude medida
<b>Cascais</b>	12h22min	46,7cm	77cm	31,24°	90° - (31,24° + 20,42°) = + 38,3°
<b>Rio de Janeiro</b>	14h38min10s	25,5cm	1,3cm	87,1°	90° - (87,1° + 20,42°) = -23,3°

## II.6. Determinação da longitude e instante da culminação

Na verdade, não determinamos as longitudes das duas cidades, mas sim a diferença entre elas. No momento em que a sombra da haste atingir a direção N-S, anota-se a hora local e, a seguir, deve-se convertê-la para a hora universal<sup>11</sup>, ou seja, a que toma como referência o meridiano de Greenwich (soma-se a hora local ao fuso horário<sup>12</sup> correspondente). A diferença entre os instantes das culminações será igual à diferença em longitude<sup>13</sup>. Será necessário converter a diferença em longitude para graus. Como são necessárias 24 horas para a Terra dar uma volta com relação ao Sol (360°) temos que em uma hora ela gira 15 graus. Desse modo basta multiplicarmos por 15°/h a diferença em longitude expressa em horas. Tomando como exemplo ainda a atividade Rio-Cascais, a diferença de tempo das passagens foi de 2,27h, o que corresponde a 34,05° (2,27×15).

## II.7. Determinação das posições das cidades numa bola de isopor

Para essa etapa usaremos uma bola com uns 20 centímetros de diâmetro, onde serão marcados os pólos<sup>14</sup> e a linha do equador (nós recomendamos que seja utilizada uma

<sup>9</sup> distância angular a partir do equador (círculo máximo na superfície da Terra que corta o eixo de rotação perpendicularmente) até o lugar em que a latitude é referida; é contada sobre o meridiano do astro.

<sup>10</sup> coordenada medida a partir do equador celeste (projeção do equador terrestre na esfera celeste) até o astro contada ao longo do círculo horário do astro.

<sup>11</sup> instante, na escala de tempo, definido como tempo médio local do meridiano de Greenwich.

<sup>12</sup> cada uma das 24 partes da superfície terrestre limitada por meridianos equidistantes entre si de 15°, dentro da qual a hora, por convenção, é a mesma. Por razões práticas, muitas vezes a delimitação dos fusos não é exatamente 15°, podendo, por exemplo, ser fronteiras territoriais. Sendo mais preciso, na linha de mudança de data, temos meio fuso para oeste e meio para leste (7,5° cada) ambos na mesma hora, embora em dias distintos.

<sup>13</sup> distância angular contada no equador a partir do meridiano de Greenwich até o meridiano do lugar.

<sup>14</sup> pólo é o ponto de encontro do eixo de rotação de um astro com a sua superfície.

bola de isopor porque, como é constituída por duas metades que se encaixam, a junção já identifica o “equador”). É necessário medir também a circunferência da bola, o que é feito com uma fita métrica flexível, para obtermos uma escala que relacione graus com centímetros. Por exemplo, a bola que usamos tinha uma circunferência de 79,5 cm e, com isso, a escala será  $360^\circ/79,5\text{cm} = 4,53^\circ/\text{cm}$ . Com a latitude da cidade obtida pela observação do Sol e a escala recém-calculada, marca-se na bola o ponto (para isso pode-se usar um alfinete) correspondente à primeira cidade (Cascais). A partir desse ponto, traça-se o meridiano dessa cidade até o equador. Deve-se ter em mente que os meridianos são perpendiculares ao equador e convergem para os pólos.

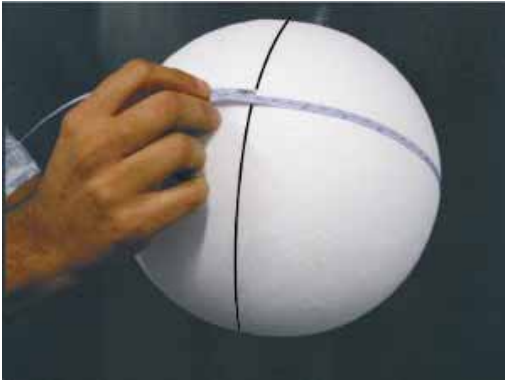


Figura 5. Medindo a circunferência da bola de isopor.



Figura 6. Marcando a primeira cidade (Cascais).

No equador da bola marca-se o ângulo correspondente à diferença entre os instantes das passagens meridianas nas duas cidades para localizar o meridiano da segunda cidade (Rio de Janeiro). Uma vez conhecido o meridiano do Rio, marque com outro alfinete o local correspondente à latitude do Rio.



Figura 7. Ao longo do “equador” é assinalada a diferença em longitude.





Figura 8. Marcando a segunda cidade (Rio de Janeiro).

## II.8. Cálculo da circunferência da Terra

Para isso mede-se com uma fita métrica flexível a separação entre as duas cidades na bola de isopor, de modo que a fita circunde a bola num círculo máximo<sup>15</sup>. A circunferência da Terra é obtida por uma simples regra de três.

$$CG/DCR=DB/DEP$$

Onde:

CG = circunferência da Terra

DCR=distância entre as duas cidades. Obtida, por exemplo, no site:

<http://www.wcrl.ars.usda.gov/cec/java/lat-long.htm>

DB = circunferência da bola de isopor

DEP = distância na superfície da bola entre os pontos (“cidades”)

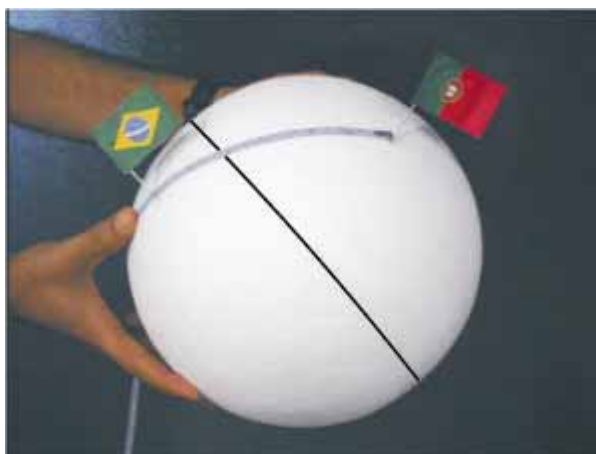


Figura 9. Medindo a distância entre as duas cidades (sobre um círculo máximo) no modelo.

A Tabela 2 resume os dados obtidos na atividade Rio-Cascais realizada em 24/11/2003.

---

<sup>15</sup> círculo sobre a superfície de uma esfera, cujo plano contém o centro dessa esfera.

Tabela 2. Resultados finais da atividade realizada em 24 de novembro de 2003.

Circunferência da bola	79,5 cm
Escala da bola	4,53°/cm
Latitude observada em Cascais	+38,34° (+8,47 cm)
Latitude observada no Rio	-23,3° (-5,14 cm)
Diferença de longitude	2,27h x 15°/h = 34,05°
Distância entre as duas cidades na bola	15,5 cm
Distância entre Cascais e Rio	7.705 km
Circunferência da Terra obtido pela equipe Rio	39.400 km
Valor de referência para a Circunferência polar da Terra <sup>16</sup>	39.941 km <sup>17</sup>

### III – A ATIVIDADE DE 2004

Após os estimulantes resultados da atividade com a Escola Secundária da Cidadela, a atividade voltou a ser testada em quatro oportunidades em 2004. Abaixo está a relação dos pares de cidades com os respectivos resultados para a circunferência da Terra (o valor de referência para a circunferência polar é de 39.941km):

Rio de Janeiro<sup>2</sup> / Valência (Espanha)<sup>1</sup> (08/07/2004) = 39.543 km

São Pedro (São Paulo)<sup>2</sup> / João Pessoa<sup>1</sup> (10/08/2004) = 40.770 km

Rio de Janeiro<sup>2</sup> / Veneza (Itália)<sup>1</sup> (16/10/2004) = 38.439 km

Rio de Janeiro<sup>1,2</sup> / Florianópolis<sup>3</sup> (12/11/2004) = 45.957 km

Responsáveis

1- Fernando Vieira (Planetário-Rio)

2- Paulo Cesar R. Pereira (Planetário-Rio)

3- Carlos Alberto Vieira (Planetário-UFSC)

OBS. A rigor, só a determinação com as cidades de São Pedro (SP) e João Pessoa foram atividade, pois naquela ocasião houve a participação de professores do curso de capacitação promovido pela SAB (Sociedade Brasileira de Astronomia). Nas outras três determinações houve apenas a participação dos responsáveis.

### IV – A ATIVIDADE DE MARÇO DE 2005

Em janeiro de 2005, começamos os preparativos para uma grande atividade na qual avaliaríamos o método, não só no que diz respeito à precisão da determinação, mas também à sua aplicação em várias escolas ao mesmo tempo.

Participaram cinco Planetários do Brasil e nove escolas da Europa (estudantes entre 10 e 16 anos). Para minimizar a possibilidade de mau tempo, definimos o período de observação em uma semana (14 a 18 de março). Nessa atividade, a maioria dos responsáveis se baseou apenas nas informações de um *website*. Além de um site em português (<http://www.rio.rj.gov.br/planetario/eratostenes/era1.html>) e outro em inglês (<http://www.rio.rj.gov.br/planetario/eratostenes/english/era1.html>), foi utilizado um “servidor” COPHYLAB (<http://cophylab.no-ip.org>), onde os integrantes (professores e estudantes) puderam participar de *chats*: *earth chat* e *student lounge*. Este último,

<sup>16</sup> Acreditamos que a escolha da circunferência polar seja didaticamente mais adequada uma vez que os pólos são uma referência imediata para a maioria dos estudantes.

<sup>17</sup> ver em Wikipedia – The free Encyclopedia <[http://en.wikipedia.org/wiki/Main\\_Page](http://en.wikipedia.org/wiki/Main_Page)>

exclusivamente entre estudantes. No COPHYLAB havia espaços reservados para que cada participante publicasse seus resultados e fotos da atividade (Figuras 10 até 13).



Figura 10. Estudantes da Haggerton School.

#### IV.1. Os resultados obtidos

Na tabela seguinte apresentamos os valores medidos pelos vários participantes. Em cada data, o primeiro valor indica a latitude calculada e o segundo o instante da culminação, em Tempo Universal.

Tabela 3. Culminação e altura solar para a atividade de março de 2005.

Cidade/Responsável	14 de março	15 de março	16 de março	17 de março	18 de março
Belém Ozimar C. da Silva Michel Sauma				-00,95° 15h20min	
Campinas Romildo Póvoa				-22,77° 15h17min	
Cascais-Portugal Manuela do Amaral	38,68° 12h48min	38,10° 12h47min	38,61° 12h44min	38,69° 12h42min	38,66° 12h38min
Darmstad-Alemanha Thomas Schmidt	49,5° 11h34min	49,4° 11h34min			
Falkenberg-Suécia Linda Möller	56,48° 11h32min	56,55° 11h21min			
Florianópolis Carlos Vieira		-27,86° 15h21min			
Haskovo-Bulgária Ioanna Kokotanekova			41,62° 10h23min		
Londres-Inglaterra Sheila Curtis			51,6° 12h00min		
Marselha-França Marie-Christine				43,87° 11h48min	
Rio de Janeiro Fernando Vieira/Paulo Pereira	-22,1° 15h02min	-22,6° 15h02min	-22,6° 15h04min	-22,8° 15h02min	-22,8° 15h02min
Sulingen (grupo1)-Alemanha Ulrich Ernest	52,1° 11h26min				
Sulingen (grupo2) Ulrich Ernest	52,6° 11h38min				
Sulingen (grupo3) Ulrich Ernest	53,1° 11h35min				
Varna-Bulgária Veselka Radeva	42,6894° 10h14min	42,3572° 10h15min	42,3840° 10h16min	42,1983° 10h17min	42,1159° 10h17min

Os participantes de Munique (Alemanha), Goiânia (Brasil) e Recife (Brasil) não puderam observar devido às condições meteorológicas no período.



Figura 11. Medição da altura do Sol no instante da culminação no Rio de Janeiro.



Figura 12. Estudantes do Astronomical Observatory em Varna, Bulgária.



Figura 13. Estudantes do Gymnasium Sulingen, Alemanha.

#### IV.2. As determinações da circunferência da Terra

A tabela assinala os pares de cidades (bem como datas das medidas), a separação entre elas, o resultado da determinação e o erro percentual. Alguns pares de cidades permitiam determinações em mais de um dia; contudo, optamos por fazer apenas uma. Os números entre parênteses indicam o dia da observação. Para este cálculo foi usada a mesma bola de isopor das atividades anteriores: circunferência de 79,5cm e 4,53°/cm. Os cálculos foram feitos por Fernando Vieira e Paulo Pereira.

Tabela 4. Determinações da circunferência da Terra para a atividade de março de 2005. Os resultados estão em ordem de separação entre as cidades (da menor para a maior). A cor vermelha é usada para pares de cidades cujas distâncias sejam inferiores a 800 km. A cor azul, para distâncias entre 800 e 5.000 km. A cor verde para distâncias entre 5.000 e 10.000 km. Finalmente, a cor amarela para distâncias maiores de 10.000 km. Na primeira coluna, entre parênteses, é indicada a data de observação.

Pares de cidades	Separação (km)	Circunferência (km)	Erro percentual
Haskovo-Varna(16)	240	27.257	31,76%
Sulingen-Darmstadt(14)	311	30.906	22,62%
Rio/Campinas(17)	392	36.387	8,90%
Rio/Florianópolis(15)	746	35.035	12,28%
Falkenberg-Darmstadt(14)	819	40.694	1,89%
Cascais-Marselha(17)	1.341	44.983	12,62%
Cascais-Londres(16)	1.594	37.821	5,31%
Varna-Darmstadt(15)	1.641	41.416	3,69%
Marselha-Varna(17)	1.817	40.125	0,46%
Falkenberg-Varna(14)	1.869	37.146	7,00%
Cascais-Darmstadt(15)	1.892	39.583	0,90%
Cascais-Sulingen(14)	2.088	39.523	1,05%
Haskovo-Londres(16)	2.213	41.396	3,64%
Londres-Varna(16)	2.287	43.811	9,69%
Campinas-Belém(17)	2.394	38.065	4,70%
Rio/Belém(17)	2.449	38.507	3,59%
Cascais-Falkenberg (14)	2.576	39.383	1,40%
Cascais-Haskovo(16)	2.964	38.692	3,13%
Cascais-Varna(14)	3.146	41.685	4,37%
Cascais-Belém(17)	5.984	39.977	0,09%
Marselha-Belém(17)	7.301	43.439	8,76%
Rio/Cascais(16)	7.698	39.256	1,72%
Cascais-Campinas(17)	7.893	39.465	1,19%
Cascais-Florianópolis(15)	8.412	40.531	1,48%
Rio/Marselha(17)	8.874	37.846	5,25%
Varna-Belém(17)	9.017	40.963	2,56%
Rio/Londres(16)	9.272	39.331	1,53%
Rio/Darmstadt(15)	9.564	40.569	1,57%
Rio/Sulingen(14)	9.784	40.160	0,55%
Rio/Haskovo(16)	10.079	39.364	1,44%
Rio/Falkenberg(15)	10.272	40.321	0,95%
Florianópolis-Darmstadt(15)	10.287	39.991	0,13%
Rio/Varna(15)	10.318	40.099	0,40%
Falkenberg-Florianópolis(15)	10.982	40.234	0,73%
Florianópolis-Varna(15)	11.063	39.089	2,13%

### IV.3. Análise estatística da amostra

A Tabela a seguir apresenta as principais medidas de posição e de dispersões para a amostra. A Figura 14 apresenta o histograma da amostra.

Tabela 5. Estatística da amostra obtida em março de 2005.

Média das determinações	39.230 km
Determinação maior	44.983 km
Determinação menor	27.257 km
Desvio padrão	3.211,9 km
Mediana	39.583 km
Valor de referência (circunferência polar)	39.941 km
Erro (mediana - valor de referência)	358 km

**Histograma da amostra**

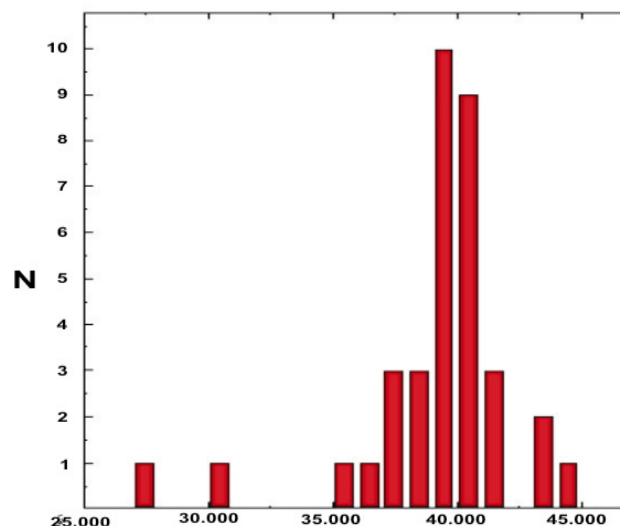


Figura 14. Histograma para a amostra. Eixo horizontal denota distâncias entre pares de cidades.

O histograma (Figura 14) mostra claramente duas determinações (à esquerda no gráfico) que não seguem a tendência do restante da amostra. Essas determinações correspondem aos pares muito próximos Haskovo-Varna e Sulingen-Darmstadt. Desconsiderando-se estes últimos, a distribuição assemelha-se a uma gaussiana.

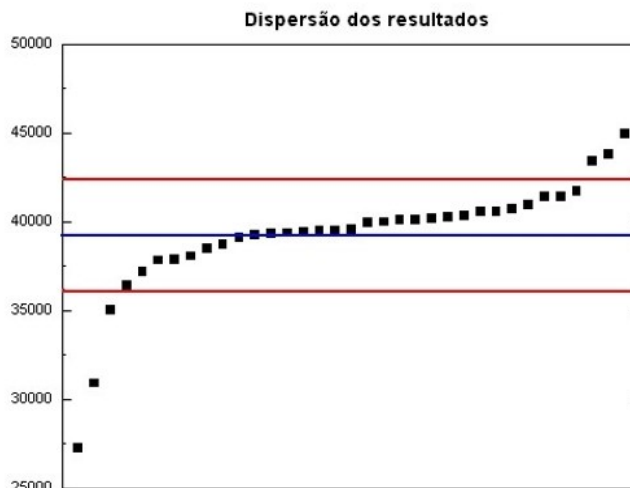


Figura 15. Dispersão dos resultados.

No gráfico da Figura 15, as determinações da circunferência estão ordenadas da menor para a maior, de baixo para cima. A linha horizontal azul indica o valor médio (39.230 km). As linhas em vermelho indicam os limites superior e inferior do desvio padrão (3.212 km). Os seis pontos externos às barras de desvio padrão são: Haskovo-Varna, Sulingen-Darmstadt, Rio-Florianópolis, Marselha-Belém, Londres-Varna e Cascais-Marselha (da menor determinação para a maior).

A análise das determinações indicou que a principal fonte de erro dos pares Haskovo-Varna, Sulingen-Darmstadt, Rio-Florianópolis e Cascais-Marselha foi a pequena separação entre as cidades. Já nos pares Marselha-Belém e Londres-Varna, a principal causa da pequena precisão foi que, embora os erros individuais não fossem muito grandes, uma das cidades estimou para mais e outra para menos; nesse caso os erros se somaram. Em outros casos, mesmo com erros individuais maiores, as duas cidades estimaram igualmente para mais ou para menos; nesse caso o erro total foi menor.

#### IV.3.1 Erro percentual médio segundo a distância

Após as determinações de todos os pares de cidades possíveis, calculou-se os erros percentuais, dividiu-se os pares por famílias de distâncias, montou-se a tabela a seguir e finalmente plotou-se o gráfico “erro percentual médio × separação” (Figura 16).

Tabela 6. Erro percentual segundo a distância.

Separação (km)	Erro percentual
<800	18,89%
>800 <5000	4,23%
>5000 <10000	2,47%
>10000	0,96%

O resultado mostra claramente que quanto menor a separação entre as cidades maior o erro. Distâncias inferiores a 800 km apresentam resultados pouco estimulantes. Essa

constatação é extremamente importante porque nos orientará na escolha dos pares de cidades nas próximas atividades

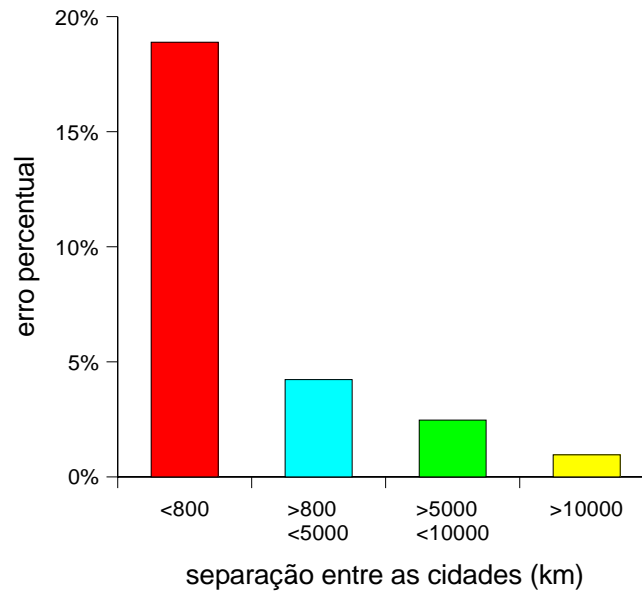


Figura 16. Erro percentual médio em função da separação das cidades.

### IV.3.2 Distribuição do erro

Foi feita uma análise dos erros da determinação da latitude e do instante da passagem meridiana do Sol de 25 determinações. Para isso foram utilizadas as coordenadas tabeladas das cidades e o *software* The Sky da empresa Bisque.

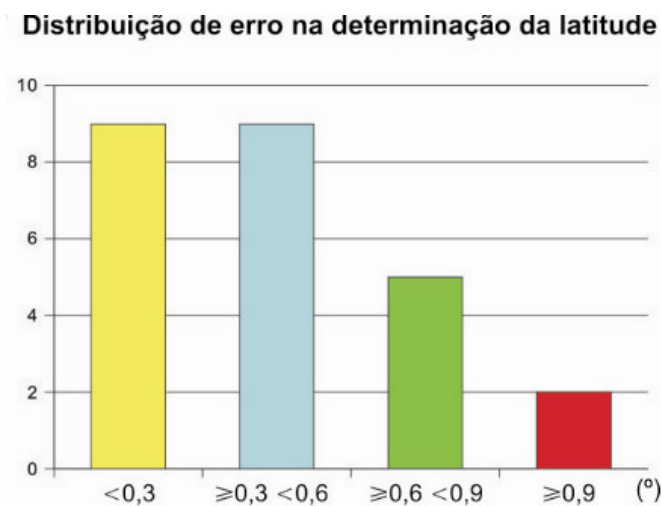


Figura 17a. Erro percentual na determinação da latitude. Eixo vertical informa o erro médio. Eixo horizontal informa a discrepância entre o valor determinado pelos grupos para a latitude e o tabelado.



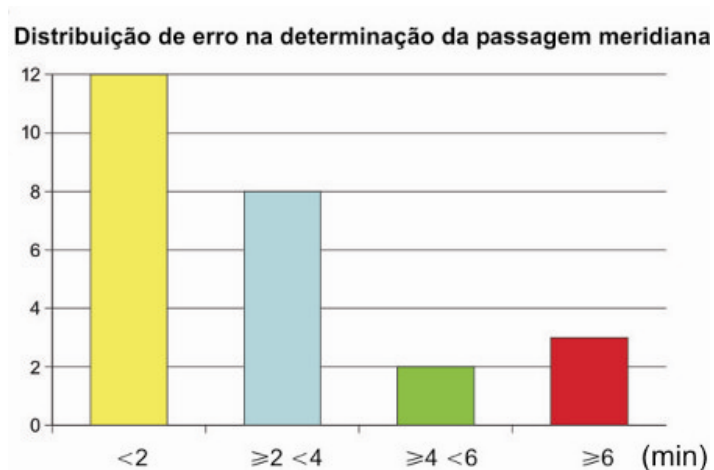


Figura 17b. Erro na determinação da passagem meridiana (eixo vertical) e defasagem entre a hora tabelada da passagem meridiana e a obtida experimentalmente pelos grupos.

Os erros na determinação da latitude foram devidos, principalmente, a não perpendicularidade entre a haste e a base e/ou ao não paralelismo entre a base e o chão. Uma má determinação da passagem meridiana não produz necessariamente uma má determinação na latitude, pois poucos momentos antes ou depois do trânsito a altura do Sol é praticamente a mesma. Consideramos a precisão boa principalmente se levarmos em conta que a maioria dos participantes nunca havia participado de uma atividade como esta. Com um pouco mais de prática, o erro pode facilmente ficar abaixo de  $0,3^\circ$  em latitude e um minuto na passagem meridiana.

## CONCLUSÃO

Após a realização da atividade em várias ocasiões e em locais bastante diversos, pudemos diagnosticar que, embora os resultados sejam bons, eles poderiam ser melhorados. Como toda experiência científica, os resultados dependem do método, mas também do cuidado nos preparativos e da atenção nas medições. Os itens que necessitam de maior atenção dos participantes são, em ordem de importância: determinação da meridiana (método de Vitruvius), verticalidade do gnômon, medição da altura da haste e do comprimento da sombra e medições na bola-modelo.

Os resultados das determinações mostraram que o método é muito eficiente; a maioria apresentou erro abaixo de 5%. Considerar cidades em diferentes meridianos, sem dúvida, ampliou as possibilidades de participação além de facilitar, por parte dos alunos, a compreensão de vários conceitos abstratos, como coordenadas geográficas e fusos horários.

Como vimos, a precisão das determinações diminuiu muito com a distância. Se a separação das cidades do par for inferior a 800 quilômetros, os resultados serão pouco impressionantes. Esse quadro se modifica rapidamente com distâncias maiores. Para grandes distâncias (acima de 5.000 km), a precisão da medição da altura do Sol e a da passagem meridiana passam a ter mais peso. A análise dos resultados em latitude revelou que a principal fonte de erro está na verticalidade da haste e/ou no paralelismo da base do gnômon com o chão. Já a análise dos erros da passagem meridiana mostrou que a orientação pelo método de Vitruvius pode ser aperfeiçoada.

Insistimos na vantagem de se usar como modelo uma bola de isopor com alfinetes para marcar as cidades, principalmente devido à identificação do equador, à praticidade e à precisão obtida. Cabe ressaltar que os estudantes da Escola Secundária da Cidadela

obtiveram resultados muito bons empregando como modelo uma bola de vôlei, na qual as cidades foram assinaladas com uma caneta.

Nem todos os professores/mentores da atividade de março de 2005 deram retorno da participação dos estudantes. A quase totalidade dos participantes se contentou em determinar a latitude e a assinalar o instante da passagem meridiana com os estudantes participando ativamente. Mas poucos relataram ter apresentado aos estudantes a fase do modelo. Isso foi para nós uma grande frustração. Não sabemos se essa etapa foi feita. Os estudantes de Varna, de ensino médio, substituíram o modelo por equações; muito interessante, mas como provavelmente os estudantes não dominam trigonometria esférica, sua aplicação será semelhante a uma caixa preta na qual ao serem introduzidos valores a fórmula devolve o resultado, sem a perfeita compreensão do que está acontecendo.

Um aspecto importante da atividade é a eficácia em promover o espírito de colaboração. Ficou claro, também, que o experimento apresenta um aspecto inovador. Ao utilizar um modelo de Terra (bola de isopor) em sua fase culminante, o método mostrou-se extremamente revelador para alguns estudantes. A não-obrigatoriedade de se trabalhar com cidades num mesmo meridiano é um facilitador a mais. Pela Matemática e a Física envolvidas, o experimento é mais adequado ao público do ensino médio. Por outro lado, as conexões com as disciplinas Geografia e História sugerem que adaptações para um perfil ligeiramente mais jovem é possível, como o verificado com as escolas de Portugal e da Inglaterra.

Nos pareceu pouco produtivo o *chat* entre estudantes. Em geral, não são discutidos assuntos pertinentes à atividade. Já o *chat* com professores cumpriu plenamente seus objetivos com grande participação e troca de experiências.

Um dos objetivos principais da atividade “Revivendo Eratóstenes” era demonstrar a viabilidade de se empregar um experimento simples (baixo custo) na introdução ao método científico, em que os professores e estudantes participassem ativamente e que pudessem chegar a um resultado estimulante. Acreditamos que esse objetivo tenha sido plenamente atingido.

## REFERÊNCIAS

- BOCZKO, R. (1984). *Conceitos de Astronomia*. São Paulo: E. Blucher.
- BERRY, A. (1961). *Greek Astronomy*. In: A short history of astronomy from earliest times through the nineteenth century. New York: Dover.
- DREYER, J. L. E. (1953). *The dimensions of the world*. In: A History of Astronomy from Thales to Kepler. New York: Dover Publications, Inc.
- FISCHER, I. (1975). Another look at Eratosthenes' and Posidonius' determinations of the earth's circumference. *Quarterly Journal of Royal Astronomical Society, London*: v. 16, p. 152-167.
- NEWTON, R. (1980). The source of Eratosthenes' measurement of the earth. *Quarterly Journal of Royal Astronomical Society, London*: v. 21, p. 370-387.
- VOGT, G. L. (1983). Eratosthenes: the librarian who measured the earth. *Odyssey, Milwaukee, WI*, v. 5, n. 9, p. 17-21.
- Revivendo Eratóstenes – uma atividade multidisciplinar. Disponível em <<http://www.rio.rj.gov.br/planetario/eratostenes/era1.html>>. Acesso em: 2005.
- Remembering Eratosthenes – a multidisciplinary activity. Disponível em <<http://www.rio.rj.gov.br/planetario/eratostenes/english/era1.html>>. Acesso em: 2005

# RESSONÂNCIAS E MARÉS EM SISTEMAS DE SATÉLITES NATURAIS

Nelson Callegari Jr.<sup>1</sup>

**Resumo:** Neste trabalho descrevemos alguns aspectos da dinâmica de ressonâncias de movimentos médios. Será dada ênfase maior ao caso de ressonâncias entre satélites regulares dos planetas gigantes, embora alguns aspectos da física das ressonâncias em sistemas planetários extra-solares também sejam discutidos brevemente. A importância do estudo de ressonâncias em sistemas de satélites é discutida mais detalhadamente através de exemplos, mostrando como certas ressonâncias e suas relações com efeitos de dissipação de maré podem ser a chave de parte da explicação de alguns fenômenos ainda não explicados no Sistema Solar. Dentre vários exemplos destacamos o problema da remodelagem da superfície do satélite Enceladus, a existência de vulcões ativos em Io, e a possível existência do oceano subterrâneo em Europa. Este trabalho tem como objetivo a *divulgação* de alguns tópicos de Mecânica Celeste e Planetologia para um público de nível de graduação em disciplinas na área de exatas, em especial Astronomia e Física, e não a descrição detalhada dos conceitos aqui discutidos.

**Palavras-chave:** Mecânica Celeste, dinâmica, ressonâncias, satélites naturais, maré, planetas extra-solares.

# RESONANCIAS Y MAREAS EN SISTEMAS DE SATÉLITES NATURALES

**Resumen:** Describimos en este trabajo algunos aspectos de la dinámica de resonancias de movimientos promedio. Será dado un énfasis mayor al caso de las resonancias entre satélites regulares de los planetas gigantes, aunque también son discutidos brevemente algunos aspectos de la física de resonancias en sistemas planetarios extrasolares. La importancia del estudio de las resonancias en sistemas de satélites es discutida más detalladamente a través de ejemplos, mostrando cómo ciertas resonancias y los efectos de disipación por mareas pueden ser la clave de parte de la explicación de algunos fenómenos aún no comprendidos en el Sistema Solar. Entre varios ejemplos se destacan el problema de la superficie remodelada del satélite Enceladus, la existencia de volcanes activos en Io y la posible existencia de un océano subterráneo en Europa. Este trabajo tiene como objetivo la divulgación de algunos tópicos en Mecánica Celeste y Planetología para un público universitario de ciencias exactas, en particular Astronomía y Física, y no la descripción detallada de los conceptos aquí discutidos.

**Palabras clave:** Mecánica Celeste, dinámica, resonancias, satélites naturales, mareas, planetas extrasolares.

# RESONANCES AND TIDES IN NATURAL SATELLITES SYSTEMS

**Abstract:** In this work we describe some aspects of the dynamics of the mean-motion resonances. Emphasis to the case of resonances between regular satellites of the giant planets will be given, even so some aspects of the physics of the resonances in extra-solar planetary systems are also briefly treated. The role of the resonances in satellites systems is discussed through examples, showing how certain resonances, and its relations with the tidal dissipation effects, can be the key of the explanation of some phenomena still not explained in the Solar System. Amongst some examples we highlight the problem of the resurfacing of Enceladus, the existence of active volcanoes in Io, and the possible existence of the subsurface ocean in Europe. This work has as objective the divulgation of some topics in Celestial

---

<sup>1</sup> UNESP/IGCE Rio Claro – SP, e-mail - calleg@rc.unesp.br

Mechanics and Planetary Sciences for an undergraduate public in exact sciences, as Astronomy and Physics, and not their detailed description.

**Keywords:** Celestial Mechanics, dynamics, resonances, natural satellites, tides, extrasolar planets.

## 1. Introdução

Em Astronomia, assim como na Física, existe uma estreita relação entre teoria e a experimentação. No caso da Astronomia, os experimentos são, em geral, chamados de “observações”, as quais podem ser realizadas através do olho nu, telescópios, radiotelescópios, sondas espaciais etc. É com base em observações astronômicas que os cientistas tentam descrever as propriedades físicas e químicas dos corpos que povoam o Sistema Solar, as estrelas, a Galáxia, outras galáxias até... o Universo como um todo. Com isso eles são capazes de elaborar “teorias” que tentam formular respostas a várias perguntas intrigantes. Muitas delas provavelmente a maioria de nós já fizemos: Existe vida fora da Terra? Existe água em outro lugar do Sistema Solar? Como surgiram os planetas e seus satélites? Do que são formadas as regiões escuras da superfície lunar? Neste trabalho, vamos nos restringir principalmente ao caso bem particular de algumas questões intrigantes relacionadas com alguns satélites dos planetas gigantes do Sistema Solar (Júpiter, Saturno, Urano e Netuno).

A Mecânica Celeste é a área da Astronomia que se preocupa em entender a dinâmica dos movimentos dos corpos celestes, tais como os asteróides, cometas, planetas e seus satélites. Recentemente, com a descoberta de dezenas de planetas em órbitas ao redor de outras estrelas que não o nosso Sol, os mecânicos celestes deixaram de atuar somente nas imediações do Sol para começarem a decifrar também o complexo movimento destes novos planetas. A Planetologia, por sua vez, é outra área da Astronomia destinada a resolver problemas envolvendo as propriedades físicas e químicas dos planetas e seus satélites, cometas, asteróides etc. A separação entre Planetologia e Mecânica Celeste para estudar alguns sistemas é, no entanto, puramente teórica, pois na prática elas andam juntas. Como exemplo desta conexão, vamos nos concentrar no problema da remodelagem da superfície gelada de Enceladus (Figura 1).

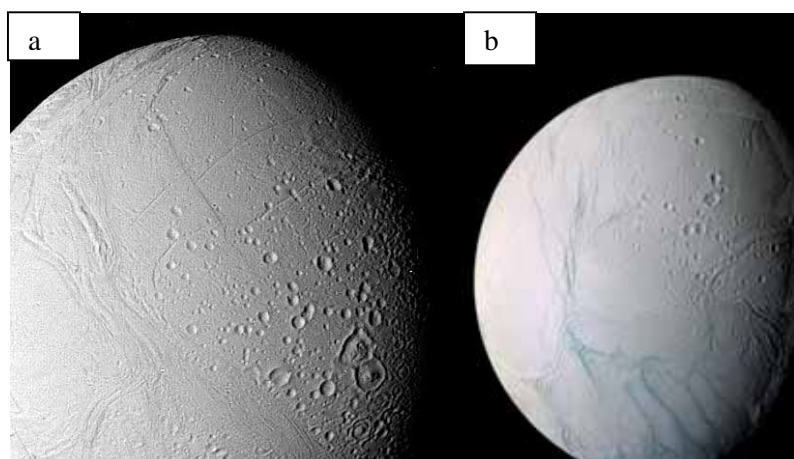


Figura 1. a) Detalhe do satélite Enceladus, de Saturno, mostrando regiões de grande e baixa concentração de crateras. Foto tirada pela sonda Voyager 2 em 25/8/1981, a cerca de 112.000 km de distância. b) Mosaico de fotografias de Enceladus obtido pela sonda Cassini; a montagem é resultado de fotos tiradas entre 9/3 e 14/7/2005, a distâncias que variam de 11.100 a 61.300 km da lua. Em ambas as figuras, as regiões mais claras (as cores são falsas) mostram baixa densidade de crateras. Crédito: NASA/JPL/Space Science Institute (FONTE: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/index.html>).

No início dos anos 80, a sonda Voyager 2, durante sua passagem pelo planeta Saturno, revelou detalhes da superfície de Enceladus, demonstrando que sua superfície é formada, principalmente, por gelo, (origem, para tais luas, do apelido de “satélites de gelo”). Em algumas regiões a superfície do satélite mostra grande concentração de crateras, enquanto outras não apresentam grande quantidade destes buracos (que são formados devido a choques com meteoritos massivos). Tais imagens sugerem que parte da superfície de Enceladus foi remodelada, talvez com algum tipo de material vindo de seu interior. Esta hipótese baseia-se na possibilidade de o interior de Enceladus ter sofrido variações de temperatura suficientes para que parte do material interno fosse expelido. No caso da Terra, sabe-se que se trata de um planeta ativo, com regiões internas mantendo lava em estado “líquido”. Mas no caso de Enceladus, uma lua com cerca de somente 500 km de diâmetro (ver Tabela 2 na Seção 3.1), com uma estrutura interna bem diferente da Terra, uma pergunta que surge é: Enceladus tem ou teve atividade vulcânica? Se a resposta for verdadeira, quais foram os principais processos envolvidos nesta remodelagem da superfície de Enceladus?

Neste trabalho não temos a pretensão de responder detalhadamente a estas perguntas. Nosso foco aqui é apresentar *qualitativamente* somente alguns aspectos da parte dinâmica envolvida neste cenário de remodelagem da superfície de Enceladus, tais como o fenômeno de ressonância e a dissipação de energia por efeitos de maré.

Tendo isto em mente, organizamos este artigo da seguinte forma. A Seção 2 é dedicada ao fenômeno de ressonância, que surge quando o movimento de dois satélites se dá em órbitas com períodos orbitais comensuráveis. Na Seção 2 apresentamos a geometria envolvida na chamada libração das conjunções, que pode ocorrer em sistemas ressonantes. Na Seção 3 são dados alguns exemplos mostrando as relações que podem existir entre ressonância e efeitos de maré/dissipação de energia mecânica em satélites e planetas. Mostramos ainda exemplos no Sistema Solar onde tais relações são fundamentais para explicar uma série de fenômenos observados (como no caso de Enceladus citado acima).

## 2. Comensurabilidade, Ressonância, Libração

### 2.1 Comensurabilidade

Antes de iniciarmos a descrição do fenômeno da ressonância de movimentos médios, vamos recordar brevemente as três Leis de Kepler (ver, por exemplo, Nussenzveig, 2002a, seção 10.4; ver também simulações das três leis de Kepler em <http://astro.if.ufrgs.br/Orbit/orbits.htm>). Vamos considerar um satélite movendo-se em torno de um planeta sujeito à força de atração gravitacional. Vamos supor no momento um planeta perfeitamente esférico e homogêneo, que não exista mais nenhuma força atuando no sistema. A *primeira lei de Kepler* diz que um satélite move-se em órbita elíptica em torno do planeta, o qual se localiza num dos focos da elipse. A *segunda* assegura que o satélite, em sua órbita elíptica, tem máxima velocidade linear quando se encontra no ponto mais próximo do planeta (pericentro), e menor velocidade no ponto mais distante do planeta (apocentro) (ver Figura 2, onde apresentamos geometricamente o conceito de elementos orbitais). A *terceira* lei diz que o quadrado do período de revolução de um satélite é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da órbita (que chamaremos daqui por diante simplesmente de semi-eixo).

Seja agora o sistema formado por dois satélites naturais orbitando um corpo central. Vamos indicar pelo número “1” o satélite mais próximo do planeta (que chamaremos de satélite interno), e “2” o satélite mais distante, (externo). Pela terceira lei de Kepler, temos que o satélite 2 possui um período orbital ( $T_2$ ) maior que o do satélite 1 ( $T_1$ ). Vamos supor o caso particular onde  $T_2=2T_1$ , isto é, sempre que o satélite 2 completa uma revolução, o satélite 1 completa exatamente duas voltas ao redor do planeta. Denotando  $n_i$  a velocidade angular de cada satélite (também conhecida em Mecânica Celeste por movimento médio), temos que  $n_1/n_2=2$ . Quando dois corpos orbitam um mesmo corpo com períodos, ou movimentos médios, comensuráveis (isto é, onde a razão entre eles é igual a um número racional), dizemos que existe uma *comensurabilidade de movimentos médios*.

No exemplo acima, supomos  $T_2=2T_1$ ; no entanto, poderíamos facilmente refutar tal suposição argumentando que, na natureza, nunca possa ocorrer uma razão de períodos exatamente igual a 2, mas, digamos, muito próxima, do tipo  $T_2=1,99T_1$  - ou seja, os períodos orbitais são *quase-comensuráveis*. Realmente há pouca probabilidade da existência da comensurabilidade exata no sentido matemático de valer estritamente, por exemplo, o sinal de igual na relação  $T_2=2T_1$ . Mas como veremos a seguir, o que ocorre de fato é que a proximidade de certa comensurabilidade exata (isto é, no exemplo, o quanto a razão de períodos dos dois satélites está próxima do número 2, tal como 1,95; 1,99; 1,999 etc), é que nos leva naturalmente ao conceito de ressonância.

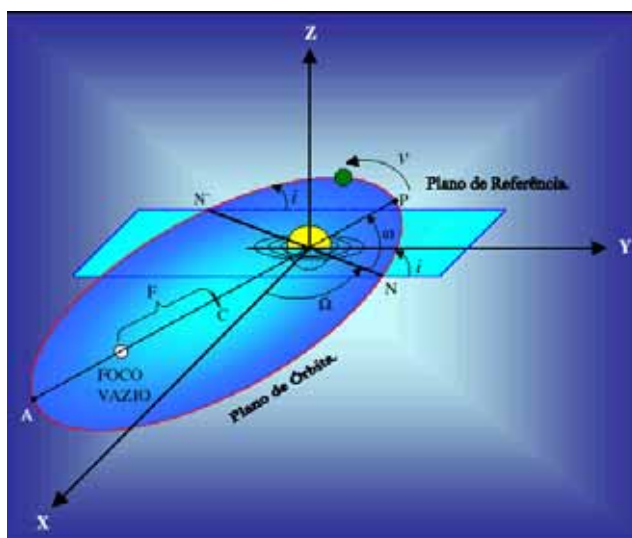


Figura 2. Elementos orbitais de um satélite (verde) em órbita elíptica ao redor do planeta (amarelo). A elipse é caracterizada por dois focos (em um dos quais se encontra o planeta), semi-eixo maior ( $a=CP=CA$ ), excentricidade ( $e=F/a$ ), e a orientação da linha das apsides ( $AP$ ) em relação à linha dos nodos ( $NN'$ ), dada pelo ângulo  $\omega$  (argumento do pericentro).  $N$  e  $N'$  são chamados de nodos ascendente e descendente, respectivamente. O ponto  $P$  é chamado de pericentro (ponto da órbita mais próximo do centro de força), e  $A$  é o apocentro (distância máxima do planeta). Tomando um plano de referência para medir a inclinação do plano da elipse (na figura, o plano  $XY$ ), temos a inclinação da órbita ( $i$ ) e uma orientação deste plano em relação a uma direção “fixa” (inercial), dada pelo ângulo  $\Omega$ , ou longitude do nodo ascendente. Temos, então, cinco elementos que nos fornecem a orientação e a dimensão da elipse:  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$ . Um sexto elemento é necessário para localizar o satélite em seu movimento em torno do planeta. Este elemento pode ser a anomalia média ( $M$ ). No caso de baixas excentricidades, a anomalia média pode ser visualizada geometricamente como sendo aproximadamente o ângulo, com vértice no planeta, medido do pericentro até a posição do satélite. Este ângulo é chamado de anomalia verdadeira ( $v$ ). Assim, para baixos valores de excentricidades,  $M \approx v$ . Para mais detalhes sobre os elementos orbitais, ver Boczko, 1988, Capítulo XVI.

Ressaltamos que existem várias maneiras de iniciarmos um estudo sobre ressonâncias, o qual depende muito do sistema em questão, e do fenômeno que se pretende analisar. Por exemplo, estudos de ressonâncias entre asteróides e Júpiter são muito diferentes dos estudos de ressonâncias em sistemas planetários. No primeiro caso, por exemplo, os asteróides são considerados como partículas, e não afetam o movimento orbital de Júpiter ao redor do Sol. Existem muitos fenômenos intrigantes relacionados com tais ressonâncias. Por exemplo, a ressonância 3/1 entre os asteróides do cinturão principal e Júpiter explica com sucesso uma das faixas vazias observadas no cinturão de asteróides. Já no segundo caso, ambos os planetas sofrem atrações gravitacionais mútuas, alterando mutuamente suas órbitas, tornando a dinâmica na ressonância importante para a “sobrevivência” do sistema como um todo.

Desta forma, como neste trabalho estamos interessados nas relações ressonância/maré em sistemas de satélite naturais, a breve abordagem que daremos abaixo sobre as ressonâncias de movimentos médios tem como objetivo algumas aplicações ao caso de satélites. Outras aplicações de ressonâncias em outros sistemas, tal como em sistemas planetários, no entanto, serão brevemente comentados na Seção 2.4.

## 2.2 Ressonância

Uma pergunta que podemos fazer é se as quase-comensurabilidades podem “afetar”, de alguma forma, o movimento dos satélites. Para tentar responder a esta pergunta, vamos continuar a nossa abordagem do conceito de ressonância focalizando no caso da comensurabilidade 2/1. O surgimento dos referidos “efeitos” nos movimentos dos satélites depende, por exemplo, de como a razão de períodos do par de satélites se encontra próxima deste número. Somente a título de ilustração, se tal razão fosse igual a 1,95, os efeitos da comensurabilidade no sistema seriam “menores” do que se fosse, digamos, 1,999. Assim, podemos definir como *ressonância* o caso onde a razão de períodos seja suficientemente próxima de 2 (comensurabilidade exata) para que os efeitos dinâmicos sobre os movimentos dos satélites sejam significativos. Esta será a nossa definição *qualitativa* do fenômeno de *ressonância de movimentos médios*. (Para uma abordagem quantitativa e mais detalhada destes conceitos ver, por exemplo, Malhotra, 1998, seções 3 e 5.1)<sup>2</sup>.

Mas, quais seriam estes “efeitos” que estamos nos referindo acima? Um deles é a libração, que detalharemos na Seção 2.3 (onde voltaremos no problema da definição de ressonância). Nesta situação, uma das conseqüências *possíveis* é o aumento do valor da *excentricidade* da órbita de cada satélite. Vamos considerar o caso em que as órbitas sejam coplanares e elípticas<sup>3</sup>. Devido ao fato das órbitas serem quase-comensuráveis, as excentricidades dos satélites sofrem variações adicionais em relação ao caso não

<sup>2</sup> Outro conceito associado às ressonâncias é a ordem da ressonância. Por razões que estão além dos objetivos deste artigo, as ressonâncias mais importantes são aquelas de baixa ordem, quando a razão dos períodos ( $r$ ) seja tal que  $r$  possa ser bem aproximado por um número racional da forma  $p/q$ , onde  $p$  e  $q$  são inteiros primos entre si e “pequenos”. Assim, ressonâncias do tipo  $r=2/1$ ,  $3/2$ ,  $5/2$  etc. seriam mais “fortes” que comensurabilidades do tipo  $10/1$ ,  $17/6$  etc. Neste trabalho, daremos atenção especial ao caso  $r=2/1$ .

<sup>3</sup> Se o planeta for achatado nos pólos, isto é, não seja um corpo perfeitamente esférico, existe uma força adicional atuando sobre os satélites que faz com que os pericentros das órbitas se desloquem muito lentamente. (A força de atração entre os satélites também contribui, em menor porção, com estes movimentos.) Assim, devido a estas forças perturbadoras, as elipses das órbitas dos dois satélites sofrem variações muito lentas quando comparadas aos períodos de translação. Tais variações são chamadas de *seculares*, e, nesta nossa apresentação qualitativa, serão desprezadas.

comensurável, e um dos termos destas variações é dado, em primeira ordem, por  $e_f = C/(2n_2 - n_1)$ , para cada satélite separadamente;  $C$  é uma constante que depende dos valores dos semi-eixos maiores das órbitas dos dois satélites, das massas do planeta e dos satélites, do achatamento do planeta etc. É fácil perceber pela equação de  $e_f$  que, quanto mais próximo os dois satélites estiverem da comensurabilidade exata 2/1, maior será o valor de  $e_f$ . Estando muito próximo do valor exato 2/1, podemos distinguir duas componentes da excentricidade da órbita: uma componente *livre* (ou *própria*) e outra *forçada*, esta última dada aproximadamente pela expressão de  $e_f$ , como ilustrado na Figura 3 abaixo

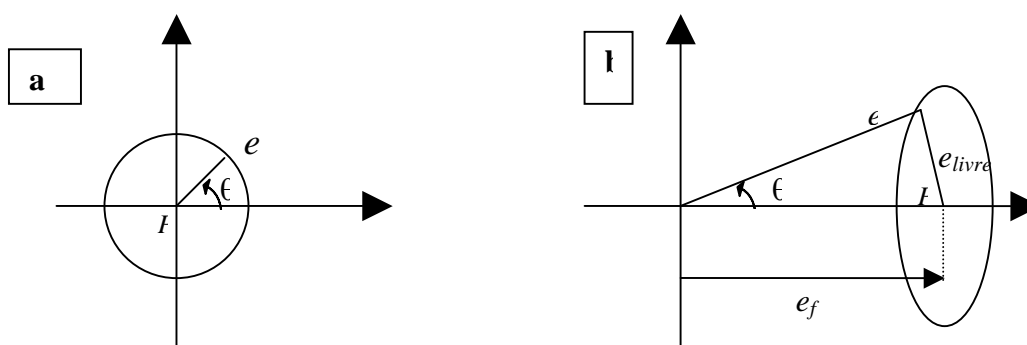


Figura 3. Representação da excentricidade ( $e$ ) em duas situações ilustrativas. (a) Bem distante da comensurabilidade, o “centro” P do círculo fica próximo da origem, e temos  $e \approx e_{livre}$ , cujo valor é dado pelo raio do círculo. (b) Bem próximo da comensurabilidade, P é deslocado da origem, e pode-se distinguir claramente as componentes livre e forçada ( $e_f$ ). Note que em (a), a excentricidade é praticamente constante, enquanto que em (b) ela sofre grandes variações. O ângulo  $\theta$  (ângulo de ressonância, ver Seção 2.3) indica onde ocorrem as conjunções: em (a),  $\theta$  percorre todos os valores, de 0 a  $360^\circ$ , enquanto que em (b) ele oscila em torno de zero, com valor máximo de  $45^\circ$ , aproximadamente.

Fenômenos de ressonância podem ocorrer na vida cotidiana de muitas maneiras. Um exemplo familiar é o de uma criança travessa empurrando a sua amiga num movimento de vai-e-vem numa cadeira de balanço: suponha que a criança travessa efetue sempre o mesmo impulso sobre a cadeira, mas com uma frequência cujo valor seja próximo do movimento natural de vai-e-vem da cadeira. Quanto mais sincronizada for a criança travessa com o movimento da cadeira de balanço, maior será a amplitude de oscilação da cadeira, o que pode levar à situação crítica de sua amiga ser lançada para fora do balanço. No caso sem atrito (o qual é ideal e não existe de fato na natureza), se a sincronia for perfeita a energia fornecida à cadeira de balanço pela criança travessa seria sempre acumulada, e as oscilações aumentariam indefinidamente.

De fato existem muitas analogias entre a Física dos osciladores forçados e ressonâncias de movimentos médios em sistemas de satélites. O termo excentricidade “forçada” citado acima vem da teoria das oscilações forçadas. Como veremos brevemente na Seção 3, a dinâmica de sistemas onde ocorrem fenômenos dissipativos de marés pode ser estudada, num modelo simplificado, com o formalismo da Física dos osciladores forçados com amortecimento. Aos leitores familiarizados com Cálculo Diferencial e Integral e Física e interessados num estudo introdutório da Física do oscilador harmônico, ver, por exemplo, Nussenzveig, 2002b; Resnick et al., 2002.

No caso de sistemas ressonantes, a força é do tipo gravitacional. A título de ilustração, vamos considerar a seguinte configuração entre dois *planetas* ao redor de um corpo central em órbitas com excentricidade alta (digamos, maior que 0,3, por



exemplo): o planeta interno localizado inicialmente próximo do apocentro de sua órbita (não exatamente neste ponto) enquanto o exterior está próximo do pericentro (Figura 4a)<sup>4</sup>. Devido à comensurabilidade, os planetas sofrem aproximações periódicas toda vez que ocorre a conjunção entre os satélites, e, justamente nas conjunções, a força de atração gravitacional entre os planetas é maior. Como as órbitas são bastante excêntricas, neste caso, a comensurabilidade leva o sistema a sofrer estas fortes atrações gravitacionais toda vez que eles se encontram de volta à posição inicial planeta-1-1. Uma configuração orbital tal como a mostrada na Figura 4a é dita instável, pois, se um sistema se formasse nesta configuração, possivelmente não existiria por muito tempo, já que as perturbações gravitacionais repetidas nas conjunções seriam fortes o suficiente para remover os corpos de suas órbitas em torno do corpo central, sendo ejetados do sistema ou colidindo entre si.

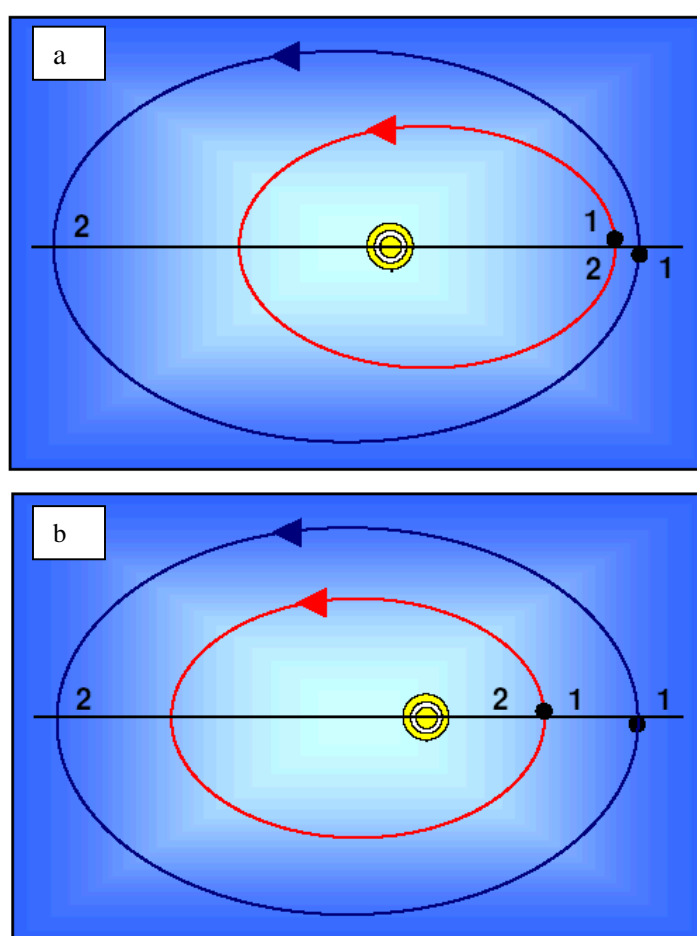


Figura 4. (a) Órbitas coplanares de dois planetas orbitando uma estrela com períodos orbitais com razão 2/1. O número 1 indica a configuração inicial dos planetas; 2 indica a configuração do sistema após uma revolução do planeta interno. Depois de uma revolução do planeta externo, eles retornam à posição 1. A configuração estrela-1-1 é chamada de conjunção (no nosso caso, as conjunções ocorrem sempre que a diferença entre as anomalias verdadeiras é zero). (b) Idem à Figura 4a, onde agora as conjunções se repetem em torno da configuração onde a distância entre os planetas nos encontros próximos é maior.

<sup>4</sup> Ver Peale, 1976, Seção 2, para uma discussão mais detalhada das forças envolvidas num processo ressonante gravitacional, a qual é necessária para se entender o porquê de não podermos, num modelo simplificado, considerar os corpos localizados inicialmente exatamente no pericentro ou apocentro. Este tópico está além dos nossos objetivos neste trabalho.

Ao invés de as conjunções ocorrerem em pontos onde as órbitas sofrem encontros muito próximos, elas poderiam ocorrer em configurações onde a distância mútua entre os planetas não seja tão pequena como a do caso mostrado na Figura 4a. Por exemplo, na configuração mostrada na Figura 4b, embora as excentricidades sejam tão grandes como aquelas mostradas na Figura 4a, devido ao fato de ambos os pericentros estarem “do mesmo lado”, e como escolhemos ambos os satélites inicialmente próximos dos pericentros, a força gravitacional entre os satélites nos repetidos encontros são menores que os do caso da Figura 4a. Uma configuração orbital tal como a mostrada na Figura 4b pode ser estável, pois, por exemplo, uma vez que as perturbações gravitacionais repetidas nas conjunções não sejam tão fortes como no caso da Figura 4a, as órbitas sofreriam poucas variações.

### 2.3 Libração

Um fenômeno associado a sistemas ressonantes é a chamada libração das conjunções. Vimos acima que as conjunções entre os planetas podem ocorrer repetidamente em determinados pontos das órbitas. Por exemplo, numa configuração como a dada pela Figura 4b, as conjunções ocorrem quando ambos os planetas estão localizados nos seus respectivos pericentros. No entanto, depois de repetidas revoluções, as posições onde as conjunções ocorrem podem variar de posição, e, no lugar de as conjunções se repetirem ao redor dos pericentros, poderiam se dar em torno de todos os pontos de ambas as órbitas. Neste caso temos o que se chama *circulação*. Vamos denotar por  $\theta$  o ângulo representando a posição onde ocorrem as conjunções (ver Figura 3). Gráficamente, uma circulação corresponde a um caso similar ao ilustrado na Figura 3a, com a curva de excentricidade cruzando o eixo  $y$  do plano cartesiano, e ângulo  $\theta$  assumindo todos os valores. A circulação ocorre em geral quando o sistema está distante de determinada comensurabilidade de movimentos médios.

Estando muito próximo da comensurabilidade  $2/1$ , o sistema pode ficar “capturado” na ressonância, e as conjunções se repetirem em posições em torno de determinados pontos das órbitas dos planetas. Neste caso temos uma *libração* (que é um sinônimo da palavra oscilação). (Num sistema simplificado, é como se o ponto de conjunção se portasse como um sistema massa-mola ou um pêndulo). Gráficamente, uma libração pode ser vista na Figura 3b, onde a curva de excentricidade não toca o eixo  $y$  do plano cartesiano, e o ângulo  $\theta$  oscila em torno de zero com determinada amplitude (no caso, cerca de  $45^\circ$ ).

Voltando ao problema deixado na Seção 2.2, na tentativa de melhorarmos nossa definição de ressonância sem um tratamento matemático rigoroso, poderíamos dizer que, em sistemas em ressonância, sempre ocorre uma libração das conjunções. Quando o sistema está próximo de uma comensurabilidade, mas com movimento de circulação das conjunções, o sistema é dito estar em quase-ressonância.

É importante notar o seguinte ponto sobre o conceito de ressonância: a associação de libração com ressonância dada acima normalmente é utilizada para altos valores de excentricidade. No entanto, existe uma libração, no domínio de valores bem baixos de excentricidade, que em geral não é associada à ressonância “principal”. Ela é chamada de libração *paradoxal*, onde, geralmente, o valor da excentricidade forçada é sempre muito pequeno (é como redesenhar a Figura 3b com  $P$  próximo da origem, mas com a curva não tocando o eixo  $y$ ). No Sistema Solar, existe um caso de ressonância paradoxal, como veremos adiante.

## 2.4 Exemplos de sistemas ressonantes

Os planetas gigantes do Sistema Solar e alguns sistemas planetários extra-solares são palcos de várias ressonâncias, algumas das quais mostramos na Tabela 1.

Certas ressonâncias entre asteróides e Júpiter podem explicar, por exemplo, os enormes valores de excentricidade de alguns asteróides. Devido à ressonância 3/1, as órbitas de asteróides da ressonância sofreriam grandes variações, o que os levaria a cruzar a órbita dos planetas interiores (como Marte). Estes repetidos cruzamentos com Marte, durante milhões e milhões de anos, podem ser responsáveis por uma gradual mudança de sua órbita inicial, fazendo-os até cruzar o Sistema Solar interior, ou mesmo ser ejetado do Sistema Solar. Como apontado no final da Seção 2.1, esta seria uma explicação para as lacunas na distribuição de asteróides no cinturão principal, e também uma explicação para a origem de meteoritos na Terra (que são compostos por substâncias similares às que compõem alguns asteróides). Para uma leitura *não técnica* deste assunto, nós indicamos o artigo de C. Murray citado na Seção 5.

No caso de sistemas planetários, as ressonâncias podem ser responsáveis pela “estabilidade” do sistema, no sentido de prevenir repetidos encontros próximos, como vimos acima na discussão da Figura 4. Isto pode ser a chave para entender a existência de certos sistemas planetários “exóticos” recentemente descobertos, por intervalos de tempo muito grandes (isto é, entender estabilidade do sistema). Estes sistemas novos são bem diferentes do Sistema Solar, mesmo do sistema exterior: planetas com massas da ordem de várias vezes a massa de Júpiter, em órbitas muito excêntricas, e muito próximas da estrela central (ver Tabela 1). Como exemplo, a configuração orbital mostrada na Figura 4b se assemelha à do par de planetas orbitando a estrela Gliese 876 (GJ 876). As excentricidades das órbitas mostradas na Figura 4b estão exageradas quando comparadas aos valores dados na Tabela 1 - principalmente o planeta externo, cuja órbita não é muito excêntrica.

Tabela 1: Exemplos de ressonâncias no Sistema Solar e em sistemas extra-solares. As massas são mostradas apenas para os planetas. *Para Mimas-Tethys, no lugar da excentricidade mostramos as inclinações, em graus.* Os dados dos planetas extra-solares foram obtidos de Schneider (2005). As massas e excentricidades dos planetas do Sistema Solar e dos satélites foram tiradas de Murray e Dermott (2001), assim como os períodos orbitais dos satélites.

ESTRELA ou PLANETA	PLANETA ou SATÉLITE	MASSA ( $M_j$ =MASSA DE JÚPITER; $M_t$ =MASSA TERRESTRE)	PERÍODO ORBITAL (d=dia terrestre; a=ano terrestre)	EXCENTRI- CIDADE (f=valor forçado pela ressonância)	RESSONÂNCIA (*: ver discussão na Seção 3.2)
Sol	Júpiter	317,83 $M_t$	11a 314 d	0,048	Quase-ressonância 5/2
	Saturno	95,16 $M_t$	29a 167 d	0,054	
	Urano	14,53 $M_t$	84 a 7 d	0,047	Quase-ressonância 2/1
	Netuno	17,14 $M_t$	142a 80 d	0,008	
	Netuno				3/2
	Plutão	0,0021 $M_t$	247a 249 d	0,248	
Júpiter	Io		1,769138 d	0,0041 (f)	2/1
	Europa		3,551810 d	0,0101 (f)	
	Europa				2/1
	Ganimedes		7,154553 d	0,0015 (f)	
Saturno	Mimas		0,9424218d	1,53 (f)	2/1
	Tethys		1,887802 d	1,09 (f)	
	Enceladus		1,370218 d	0,0045 (f)	2/1 (*)
	Dione		2,736915 d	0,0022 (f)	
	Titan		15,945421 d	0,0292	4/3
	Hyperion		21,276609 d	0,1042 (f)	
Pulsar PSR B1257+12	Planeta B	4,25 $M_t$	66,544 d	0,0186	Quase-ressonância 3/2
	Planeta C	3,873 $M_t$	8,218 d	0,0252	
HD 82943	Planeta 1	1,7 $M_j$	219,5 d	0,39	2/1
	Planeta 2	1,8 $M_j$	436,2 d	0,15	
GJ 876	Planeta C	0,766 $M_j$	30,569 d	0,244	2/1
	Planeta B	0,206 $M_j$	60,128 d	0,039	

### 3. Marés

#### 3.1 O fenômeno das marés

As marés oceânicas são bem conhecidas aqui na Terra. As marés ocorrem por que a Terra não é uma partícula, e a atração gravitacional da Lua atua sobre cada ponto da Terra e dos oceanos com forças de diferentes módulos, uma vez que o campo gravitacional é inversamente proporcional ao quadrado da distância. O que ocorre é que os pontos da Terra mais próximos da Lua sofrem atrações gravitacionais maiores que os pontos mais distantes. Esta diferença de forças tem como efeito final uma deformação da forma da Terra e da camada oceânica (distorção de maré). A deformação dos oceanos é representada por um bojo, como mostra a Figura 5 abaixo. O Sol também contribui para maré, e seu efeito é cerca que duas vezes menor que o lunar. Para maiores detalhes não-técnicos, ver Boczko, 1988, Capítulo XVII; ver também o material de divulgação com simulações realizado por R. Groleau em <http://www.pbs.org/wgbh/nova/venice/tides.html>.

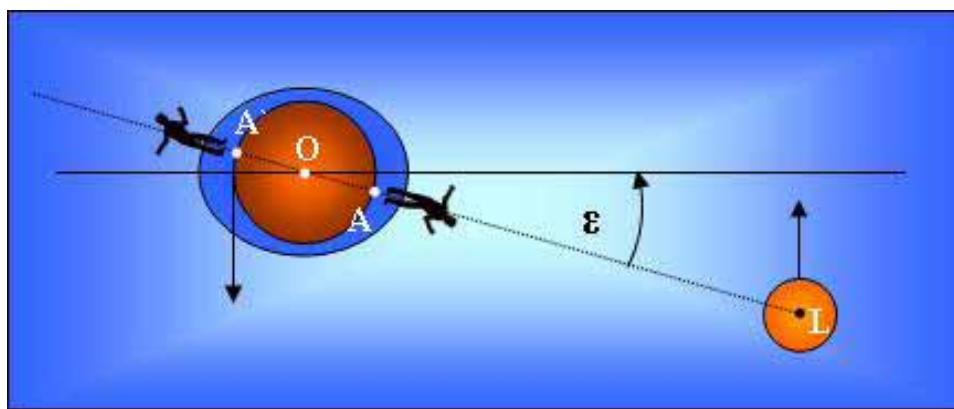


Figura 5. Bojo de maré causado pela atração gravitacional diferencial da Lua (L) sobre os oceanos (azul) da Terra. Note que o bojo não fica apontado na direção da Lua, mas deslocado de um ângulo  $\varepsilon \approx 3^\circ$  (Goldreich, 1972), medido da linha de alinhamento dos pontos A e A' com a Lua e com vértice em O, segundo mostra a geometria. Neste caso, o bojo de maré é localizado “adiante” da Lua, de modo que pontos opostos da Terra chegam “atrasados” à maré alta (em relação ao caso sem atrito - em que o bojo estaria alinhado com a Lua). Isto é, as marés altas em A e A' ocorrem depois do alinhamento A'-O-A-L. Esta configuração ocorre quando a velocidade de rotação do planeta é maior que o movimento médio do satélite. (As dimensões dos corpos e as distâncias não estão na mesma escala. As setas indicam os sentidos de movimento de rotação da Terra e translação da Lua.)

Uma consequência da deformação da Terra é o atrito. Uma das parcelas deste atrito surge entre as correntes oceânicas que são geradas pela maré e o leito dos oceanos. Em qualquer sistema mecânico com atrito, há variação de energia mecânica, a qual se dissipa em forma de calor. No caso da maré, esta dissipação gera calor na Terra.

A taxa de dissipação de energia devido à maré pode ser calculada da seguinte forma. Utilizando o formalismo do oscilador harmônico forçado com amortecimento, pode-se mostrar (ver Murray e Dermott, 2001, Seção 4.9) que o efeito de maré é responsável por um “desalinhamento” do bojo de maré em relação à direção ligando os centros da Terra e da Lua, como mostra a Figura 5. Como não existe alinhamento, além da força gravitacional central terrestre, existe um torque causado pelo bojo sobre o movimento do satélite, e, pelas leis de Newton, um torque igual e oposto atuando na rotação da Terra. O efeito total destes torques é a diminuição da energia mecânica total do sistema

(energia de rotação da Terra + energia de translação da Lua). Por outro lado, o momento angular total do sistema, suposto isolado, deve ser conservado, e em consequência, o sistema se move de tal forma a mantê-lo constante. Como consequência, a velocidade de rotação terrestre diminui, e a distância Terra-Lua aumenta. De fato, o efeito de maré lunar faz aumentar o semi-eixo maior da órbita lunar a uma taxa de 3,74 cm/ano (a Lua se afasta da Terra), e a rotação da Terra fica mais lenta a uma taxa de 0,002 segundo por século. A expansão da órbita lunar pela maré foi confirmada experimentalmente com *laser* e utilizando refletores instalados na Lua pelas missões lunares (como Apollo, por exemplo).

Como apontado acima, as conclusões anteriores podem ser obtidas da interpretação das soluções de equações análogas às dos osciladores harmônicos forçados e amortecidos da Física. Aos leitores interessados, recomendamos a leitura do interessante artigo de Goldreich (1972).

De maneira análoga à descrita acima para o caso terrestre, a Lua também sofre efeitos de maré devido à força gravitacional terrestre. Como a Lua é um satélite com rotação sincronizada com o seu movimento de translação<sup>5</sup>, cujo período é da ordem de 27,3 dias, os efeitos de maré da Terra sobre a Lua podem ser decompostos em basicamente três componentes: 1) um bojo de maré na direção da Terra acompanhando o movimento sincronizado, mas como se a Lua tivesse uma órbita circular; 2) maré radial na Lua, que deve ocorrer, uma vez que a distância Terra-Lua varia (uma vez que órbita da Lua não é circular); 3) maré libracional, que ocorre por causa de uma oscilação (libração) do bojo de maré lunar mencionado acima. O mecanismo da maré libracional envolve uma explicação mais detalhada, mas ela ocorre basicamente também devido ao fato da órbita lunar ser elíptica (ver Murray e Dermott, 2001).

As marés descritas acima causam atrito nas camadas internas da Lua, e os efeitos de dissipação de maré no interior do satélite causam o aquecimento do seu interior e a “circularização” da sua órbita (ou seja, a excentricidade tende à zero por causa do atrito gerado pela maré *na* Lua). Quando ocorre sincronização entre a rotação do satélite e a translação (como exposto acima), pode-se mostrar que a tendência à “circularização” da órbita ocorre basicamente devido ao fato do momento angular total do sistema (rotação e translação da Lua) ser conservado, mas a energia mecânica total não o ser, devido ao atrito na Lua. Estando em estado síncrono, a excentricidade e o semi-eixo maior devem variar<sup>6</sup>.

A dissipação de energia interna devido à maré não é um fato exclusivo da Lua. Na verdade todos os satélites regulares do Sistema Solar sofrem ou sofreram efeitos dissipativos de maré importantes devido à ação de seus respectivos planetas gigantes. A qualidade de “regular” dada acima existe, pois os satélites do Sistema Solar mais conhecidos são divididos, basicamente, em regulares e irregulares. Os assim chamados regulares possuem, em geral, grandes dimensões (alguns de dimensões “planetárias”) e forma quase esférica. Outra característica dos regulares é que as órbitas são próximas de seus planetas (com semi-eixos da ordem alguns de raios do planeta, ou dezenas), sendo estas quase circulares<sup>7</sup>. Estes satélites provavelmente surgiram diretamente de uma nuvem de gás e poeira que circundava os planetas durante a fase de formação planetária,

---

<sup>5</sup> O que é responsável pelo fato da Lua sempre mostrar a mesma “face” para a Terra.

<sup>6</sup> É importante notar que dentre os dois termos de maré no satélite, a energia dissipada devido à maré libracional é cerca de 30% maior que a energia gerada pela maré radial.

<sup>7</sup> Supondo que o planeta da Figura 2 seja um planeta gigante do Sistema Solar, e que o plano de referência seja o equador do planeta, o satélite desenhado na Figura 2 não corresponderia a nenhum caso real de satélite regular, devido ao alto valor de excentricidade e inclinação, apesar de estar localizado próximo do planeta.

através de complexos processos (ainda não totalmente compreendidos) de acumulação gravitacional da matéria constituinte da nuvem. Alguns satélites regulares estão listados na Tabela 2. Os irregulares são pequenos, com formas bastante irregulares (são parecidos com asteróides), e se distribuem em órbitas bem distantes de seus planetas, excêntricas e inclinadas. Uma das teorias que explicam a origem dos satélites irregulares argumenta que eles são realmente asteróides que foram capturados pelos planetas gigantes na época da formação planetária<sup>8</sup>.

### 3.2 Marés e ressonâncias

Em alguns casos, a dissipação de energia no interior do satélite pode ser responsável pela “fusão” de camadas internas, causando vulcões ativos e a possibilidade da remodelagem da superfície do satélite (como o exemplo de Enceladus discutido na Seção 1). A dinâmica envolvida nestes processos é extremamente complexa e depende de cada sistema em particular. No entanto, algumas características são comuns, como veremos brevemente abaixo.

Tabela 2: Satélites regulares do Sistema Solar (\*)

PLANETA	SATÉLITE	DISTÂNCIA DO PLANETA (km)	RAIO MÉDIO (km)
Júpiter			$R_J=71.398$
	Io	421.600 (~5,90 $R_J$ )	1.821
	Europa	670.900 (~9,40 $R_J$ )	1.565
	Ganimesdes	1.070.000 (~14,98 $R_J$ )	2.634
	Calisto	1.883.000 (~26,37 $R_J$ )	2.403
Saturno			$R_S=60.330$
	Mimas	185.520 (~3,07 $R_S$ )	199
	Enceladus	238.020 (~3,94 $R_S$ )	249
	Tethys	249.660 (~4,14 $R_S$ )	530
	Dione	377.400 (~6,25 $R_S$ )	560
	Rhea	527.040 (~8,74 $R_S$ )	764
	Titan	1.221.850 (~20,25 $R_S$ )	2.575
Urano			$R_U=26.200$
	Miranda	129.800 (~4,95 $R_U$ )	235
	Ariel	191.200 (~7,30 $R_U$ )	579
	Umbriel	266.000 (~10,15 $R_U$ )	585
	Titania	435.800 (~16,63 $R_U$ )	789

(\*) Para comparação, os raios médios da Terra, Lua, Mercúrio e Plutão são 6.378 km, 1.737,53 km, 2.440 km e 1.137 km, respectivamente. Dados retirados de Murray e Dermott, 2001. Ver também: <http://ssd.jpl.nasa.gov>, <http://www.seds.org/billa/tnp>.

<sup>8</sup> Existe uma terceira classe de satélites, os quais se encontram muito próximos de seus planetas, abaixo das órbitas dos satélites regulares. Estes satélites estão sendo descobertos recentemente através de análises das fotos enviadas pelas sondas espaciais, tais como Voyager 1 e 2, Galileu e Cassini. A origem destes satélites é ainda motivo de recentes pesquisas na área de satélites naturais. Além disso, a Lua, Tritão e Caronte não se enquadram em nenhuma destas classes. No caso da Lua isto ocorre por ter uma órbita distante e inclinada, e ter uma massa cerca de 81 vezes menor que a da Terra somente; Tritão por ter órbita retrógrada (no sentido horário) em torno de Netuno; e Caronte por ter a maior massa relativa ao planeta do Sistema Solar (a massa de Plutão é cerca de 8,46 vezes maior que a massa de Caronte).

Como vimos, os principais efeitos das marés no satélite são a “circularização” de sua órbita e o aquecimento interno. Vamos supor, no entanto, que algum mecanismo mantenha a excentricidade da órbita do satélite diferente de zero. Neste caso, o aquecimento interno seria mantido, e serviria como uma fonte de calor para o satélite. Existe uma maneira de fazer com que a excentricidade do satélite mantenha-se com um valor diferente de zero? Isto é possível no caso de satélites em ressonância, e é neste ponto que relacionamos o conceito de ressonâncias com as marés nos satélites.

Na Seção 3.1 vimos brevemente que os efeitos de maré dos satélites sobre o planeta podem afastá-los dos mesmos, como é o caso da Lua atualmente. Vamos supor o caso de dois satélites, ambos em estado síncrono de rotação/translação. À medida que eles se afastam de seus planetas pelas marés causadas *por eles no planeta*, suas órbitas podem atingir configurações de ressonância, uma vez que os seus períodos orbitais variam, tornando-se maiores. Quanto mais distantes das configurações ressonantes, mais as excentricidades tendem a zero (“circularização”), devido às marés causadas *pelo planeta nos satélites*. No entanto, quanto mais próximos de uma comensurabilidade exata, as excentricidades *podem* crescer e oscilar em torno dos valores forçados, como vimos brevemente na Seção 2.2. Como resultado, em ressonância, os satélites poderão continuar a sofrer efeitos de dissipação internos devidos à maré, uma vez que o valor forçado não é reduzido pela maré. Este efeito *dissipativo continuado* pode causar o derretimento das camadas internas, vulcanismo e remodelagem das superfícies<sup>9</sup>.

No Sistema Solar existem vários exemplos de sistemas de satélites em ressonâncias de movimentos médios as quais elevaram os valores das excentricidades (ver Tabela 1). Vamos discutir brevemente os casos de Io, Europa e Enceladus, deixando de lado, por brevidade, casos igualmente interessante como as histórias de Miranda, Titan, Tritão, Ariel etc.

O satélite Io, de Júpiter, é o corpo com o maior vulcanismo em atividade do Sistema Solar, com mais de 100 vulcões em atividade (Figura 6; ver também Johnson, 2005). A dissipação de maré em Io só é possível por causa da excentricidade  $e_f=0,0041$ , forçada pela ressonância com a lua Europa. Sem a ressonância, a dissipação de maré nos satélites iria circularizar as órbitas e cessar o aquecimento. Tal ressonância também causa uma excentricidade forçada em Europa ( $e_f=0,0101$ ), tornando a maré a principal fonte de dissipação interna deste satélite<sup>10</sup>.

A Figura 7a mostra um desenho com uma possível estrutura interna de Europa, baseado em uma série de dados experimentais precisos do campo gravitacional e do campo magnético de Europa obtidos pela sonda Galileu. Segundo estas medidas, Europa teria núcleo de ferro e níquel envolvido por uma camada de rocha. Esta camada rochosa seria coberta por uma camada de água em estado líquido logo abaixo da superfície de satélite (camadas em azul e branco na Figura 7a, mostrando as quantidades relativas em escala).

---

<sup>9</sup> De fato, a “circularização” das órbitas atua no sentido de zerar as oscilações livres ou transientes, (isto é, a excentricidade livre tende a zero), restando somente o estado estacionário, dado pelo termo de excentricidade forçada (de maneira análoga aos osciladores harmônicos forçados com amortecimento).

<sup>10</sup> O cenário é complexo, uma vez que existem mais ressonâncias no sistema, devido à outra comensurabilidade existente entre os períodos de Europa e Ganimedes (ver Tabela 1). De fato, isto é responsável pelo único caso, no Sistema Solar, de uma ressonância de três corpos massivos, chamada ressonância Laplaciana, onde os movimentos médios de Io, Europa e Ganimedes são comensuráveis da forma

$n_{Io} - 3n_{Europa} + 2n_{Ganimedes} = 0$  (ver Peale et al., 1979).



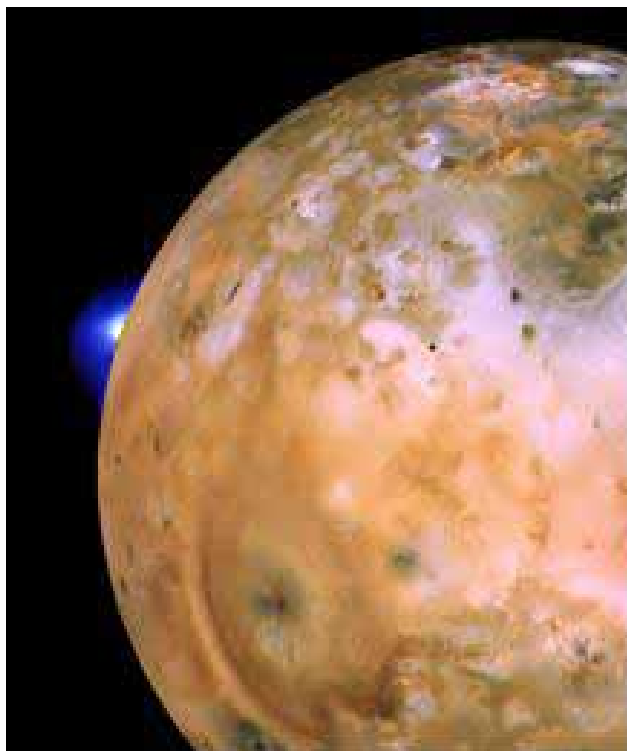


Figura 6. Vulcão ativo em Io, satélite regular de Júpiter, fotografado pela sonda espacial Voyager 1, (FONTE: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA00010> )

Não é certa a existência de um oceano subterrâneo em Europa no presente (ver Figura 7b). A possibilidade da existência de água em estado líquido a 20 ou 30 km de profundidade, devido à dissipação de maré, sugere especulações sobre a existência de vida em Europa. Aos leitores interessados neste intrigante tópico, ver Achenbach (2000), Pappalardo et al. (2005).

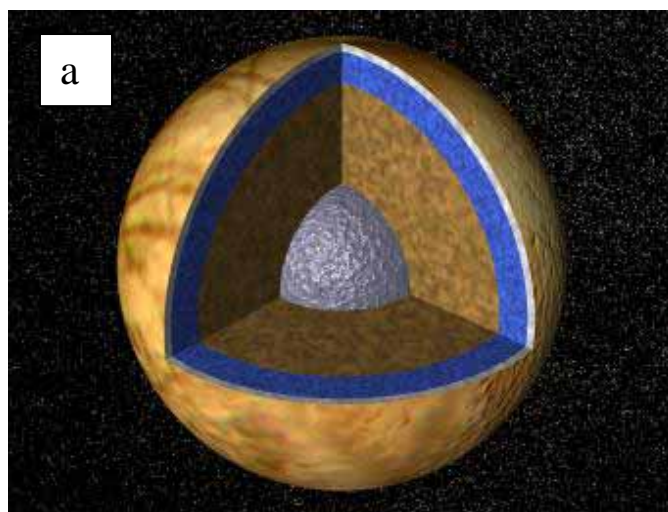


Figura 7.(a) Modelo de estrutura interna do satélite Europa, de Júpiter. (FONTE: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/target/Europa>).

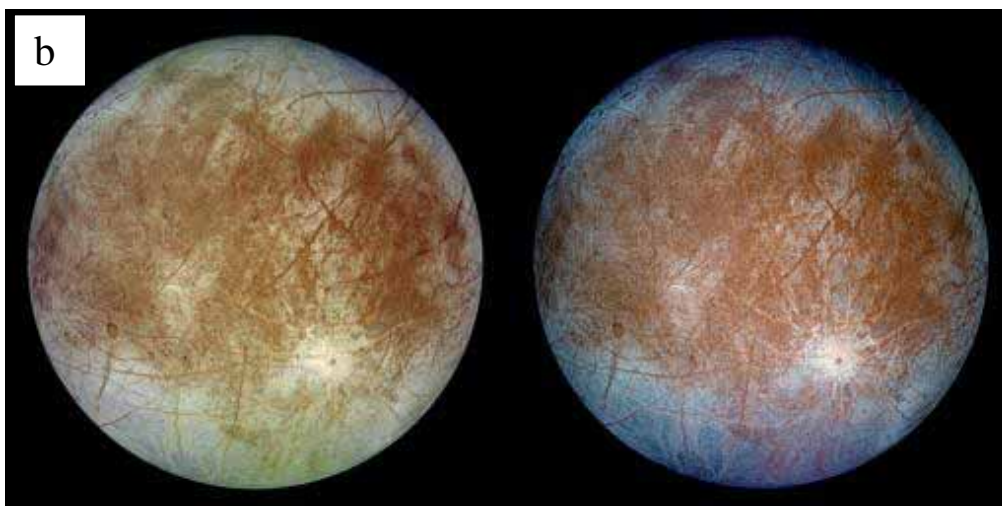


Figura 7.(b) Fotografias de Europa obtidas pela sonda Galileu em 7/9/1996, a uma distância de cerca de 677.000 km do satélite. As duas imagens mostram Europa em diferentes tons de cor: à esquerda, a cor é próxima à verdadeira; à direita, a cor é falsamente modificada com objetivo de evidenciar a existência de gelo (tons de azul) na superfície (ver explicação detalhada em: <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA00502>). Regiões marrons são formadas de rocha vindo do interior do satélite devido a impactos ou vulcanismo. Os riscos que aparecem são fraturas no gelo da superfície. A cratera que aparece abaixo, à direita é chamada de Pwyll, e tem cerca de 50 km de diâmetro.

O caso do satélite Enceladus é complexo (ver Peale, 2003). Imagens recentes da sonda Cassini confirmam velhos dados e fornecem novos elementos para explicar a remodelagem da superfície do satélite Enceladus. Algum vulcanismo gerado no interior de Enceladus pela maré *de* Saturno teria sido a fonte de matéria interior para a superfície, matéria esta formada, dentre outros elementos, por água, gás carbônico e metano. No entanto, este cenário requer, dependendo de modelos de estrutura interna do satélite, um valor suficientemente alto da excentricidade forçada de Enceladus, maior que o atual<sup>11</sup>. Por outro lado, a composição interna de Enceladus não é conhecida, e substâncias diferentes do gelo, tal como amônia, diminuiria a temperatura de “fusão” de camadas interiores. Até o momento, no entanto, não foi detectada a presença de amônia na superfície do satélite.

Várias destas questões estão sendo fortemente discutidas no atual momento<sup>12</sup>. As últimas análises de imagens obtidas pela Cassini mostram evidências de emissão de partículas, formadas por água, dentre outras substâncias, na região sul do satélite. (Ver [http://science.nasa.gov/headlines/y2006/09mar\\_enceladus.htm](http://science.nasa.gov/headlines/y2006/09mar_enceladus.htm), <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA07801>). Estas observações comprovam definitivamente a hipótese de vulcanismo induzido por efeitos de maré no interior do satélite, e fornece suporte para uma outra hipótese antiga: de que atividade vulcânica em Enceladus seja *uma* fonte de material para uma parte do complexo sistema de anéis de Saturno, o chamado anel *E*. No entanto, apesar de todas as evidências observacionais, modelos de estrutura interna do satélite, modelos dinâmicos de ressonância etc, ainda não foi obtida uma explicação definitiva para a origem da atividade vulcânica num satélite de dimensões tão pequenas<sup>13</sup> e com excentricidade forçada idem.

<sup>11</sup> De fato a ressonância presente no caso de Enceladus-Dione é do tipo paradoxal (ver Seção 2.3 e Tabela 1)

<sup>12</sup> Ver o volume especial no. 311, dedicado à lua Enceladus publicado pela revista Science, <http://sciencemag.org>

<sup>13</sup> Pelo fato de ser pequeno, outras fontes de calor interno, tal como o gerado por elementos radioativos, contribuem pouco para o calor interno total.

#### 4. Conclusões

As ressonâncias de movimentos médios aparecem em vários sistemas de satélites naturais e planetários, e podem tanto ser responsáveis pela estabilidade, quanto pela instabilidade do sistema.

Os efeitos dissipativos de maré entre satélites naturais e seus planetas podem ser a chave para explicar a formação das ressonâncias observadas em vários sistemas. As ressonâncias podem manter valores de excentricidade próximos dos valores críticos para que haja derretimento interno e vulcanismo ativo ou episódico em alguns satélites (tais como Io e Europa). As implicações deste aquecimento são inúmeras, tal como a remodelagem da superfície do satélite (Io, Enceladus), e a existência de oceanos subterrâneos (como em Europa, Enceladus).

AGRADECIMENTOS. O autor agradece ao convite realizado pelos professores P. Bretones e J. Horvath para escrever esta contribuição, ao Dr. T. Yokoyama e Dra. T. Stuchi pela leitura do manuscrito, e Gilberto Girello (DEMAC/IGCE/UNESP/Rio Claro), por confeccionar as figuras 2-5. Especial agradecimento aos revisores, por suas importantes sugestões.

#### 5. Bibliografia

- Achenbach, J, 2000. *Life Beyond Earth*. National Geographic, 24-51.
- Boczko, R., 1988. *Conceitos de Astronomia*. Editora Edgard Blücher Ltda.
- Goldreich, P., 1972. *Tides and the Earth Moon System*. Scientific American 226, 4, 43-52.
- Groleau, R. *What causes the tides?*  
<http://www.pbs.org/wgbh/nova/venice/tides.html>
- Johnson, T. V., 2005. *Júpiter e suas luas*. Scientific American Brasil, Edição Especial 9, 56-65.
- Filho, K. S. O., Saraiva, M. S. O. *As três leis de Kepler sobre o movimento dos planetas*. Em: <http://astro.if.ufrgs.br/Orbit/orbits.htm>
- Malhotra, R., 1998. *Orbital Resonances and Chaos in the Solar System*. Em: Solar System Formation and Evolution. ASP Conference Series, Editado por D. Lazzaro et al., 149, 37-63. Murray, C.. *Is the solar system stable?*  
<http://www.fortunecity.com/emachines/e11/86/solarsys.html>
- Murray, C., Dermott, S. F., 2001. *Solar System Dynamics*. Cambridge University Press.
- Nussenzveig., H. M., 2002a. *Curso de Física Básica Vol. 1, Mecânica*. 4ª edição. Editora Edgard Blücher Ltda.
- Nussenzveig., H. M., 2002b. *Curso de Física Básica Vol. 2, Fluidos, Oscilações, Ondas e Calor*. 4ª edição. Editora Edgard Blücher Ltda.
- Pappalardo, R. T., Head, J. W., Greeley, R., 2005. *Em Europa, um oceano oculto*. Sci. Amer. Brasil, Edição Especial 9, 66-73.
- Peale, S. J., 1976. *Orbital resonances in the solar system*. Annual review of astronomy and astrophysics 14, 215-246.
- Peale, S. J., Cassen, P., Reynolds, R. T., 1979. *Melting of Io by tidal dissipation*. Science 203, 892-894.

Nelson Callegari Jr.

Peale, S. J., 2003, *Tidally induced Volcanism*. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 87, 129-155.

Resnick, D., Halliday, D., Krane, K. S., 2002. *Física 2*. 5ª edição. LTC Editora.

Schneider, J., 2005. *Extrasolar planets catalog*.

Em: <http://cfa-www.harvard.edu/planets/catalog.html>